

Volatilidad dinámica en el sector bancario en México: evidencia DCC-GARCH vs Cópula-GARCH

Dynamic volatility of bank stock returns in Mexico: DCC-GARCH vs Copula-GARCH approaches

Christian Bucio-Pacheco
Miriam Sosa-Castro
Francisco Reyes-Zarate

Resumen

Objetivo: Analizar la volatilidad dinámica entre principales bancos situados en México.

Metodología: se emplean dos metodologías alternas: i) DCC-GARCH y ii) Cópula-GARCH con ventanas móviles. Se utilizan los precios accionarios semanales de cierre de cuatro bancos en México: BBVA, Citi-Banamex, Banorte e Inbursa del 27 de enero de 2009 al 29 de octubre de 2021.

Resultados: Se confirma que la correlación entre volatilidades de los bancos es cambiante.

Limitación: La principal es que no se pudieron incluir más bancos debido a la evolución de los precios de sus acciones.

Originalidad: La originalidad subyace en el contraste de resultados, a través de las metodologías propuestas se obtienen resultados similares y estos son más restrictivos conforme la metodología incluye una captura distribucional óptima sobre el comportamiento de los datos.

Conclusión: al existir patrones diversos de volatilidad entre los principales bancos en México, se puede promover la diversificación de portafolios.

Palabras clave: Volatilidad dinámica, Rendimiento de las acciones bancarias; Bolsa Mexicana de Valores, DCC-GARCH, Cópula-GARCH.

Clasificación JEL: G11; G21; G32.

Abstract

Objective: To analyze the dynamics of volatility among the main banks in Mexico.

Methodology: Two complementary methodologies are used: i) DCC-GARCH and ii) Rolling window Copula-GARCH. Weekly closing prices of stocks among four of the main banks are used: BBVA, Citi-Banamex, Banorte and Inbursa, from January 27, 2009 to October 29, 2021.

Results: The results confirm a time-varying correlation.

Limitations: The main limitation is that we have not been able to include more banks due to the evolution of their prices.

Originality: The originality lies in the contrast of the results. Both methodologies report similar results, but these are more restrictive as the distribution optimally captures the behavior of the data.

Conclusions: We conclude that different volatility patterns encourage investment decisions that consider potential losses and promote portfolio diversification.

Keywords: Dynamic Volatility, Bank Stock Returns, Mexican Stock Exchange, DCC-GARCH, Copula-GARCH.

JEL Classification: G11; G21; G32.

Christian Bucio-Pacheco. UAEMéx - UAP Huehuetoca. México. Correo electrónico: cbuciop@uaemex.mx. <https://orcid.org/0000-0002-0860-199X>

Miriam Sosa-Castro. UAM - Iztapalapa. México. Correo electrónico: msosac87@hotmail.com. <https://orcid.org/0000-0002-6597-5293>

Francisco Reyes-Zarate. UAM - Azcapotzalco. México. Correo electrónico: fjrz@azc.uam.mx. <https://orcid.org/0000-0003-4327-2033>

Introducción

Los bancos juegan un papel clave en la economía, ya que son los intermediarios financieros por excelencia, aquellos que canalizan el ahorro y lo dirigen hacia la inversión haciendo posible el crecimiento empresarial y la adquisición de activos por parte de las economías domésticas, mejorando la situación de los diversos agentes económicos, ofreciendo productos de ahorro, inversión y cobertura.

Con base en la información reportada por Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV, 2021)¹, al cierre de enero del 2021 en México existían 50 instituciones bancarias, de las cuales sólo cuatro concentran más del 60% de participación de mercado en la cartera de consumo y casi 50% de la cartera empresarial. Así, por su tamaño, han sido denominados de importancia sistémica: BBVA Bancomer (BBVA), Citibanamex (C), Banorte (GFN), e Inbursa (GFIN). La importancia sistémica radica en que la quiebra potencial de dichas instituciones podría poner en riesgo la estabilidad del sistema financiero en México².

Las instituciones bancarias se encuentran sujetas a múltiples riesgos, de carácter tanto endógeno como exógeno: uno de estos riesgos se relaciona con los cambios abruptos en las cotizaciones de sus activos. Una alta volatilidad en el rendimiento de sus acciones podría tener efectos en el costo financiero. Los accionistas demandarían mayor utilidad ante mayor riesgo. Igualmente, al ser percibidos como instrumentos con

mayor riesgo, la colocación de activos existentes y nuevas emisiones, podría llegar a presentar complicaciones.

En el contexto financiero global actual, caracterizado por la presencia de múltiples y persistentes crisis, las relaciones entre las instituciones bancarias clave son de sumo interés en términos de supervisión y regulación. Una alta dependencia en el riesgo/volatilidad de los rendimientos accionarios, podría llegar a tener graves implicaciones relacionadas con el riesgo sistémico, poniendo en peligro el correcto funcionamiento del sistema financiero.

Así, el presente trabajo de investigación propone un análisis dinámico de la volatilidad de los rendimientos accionarios de dichas instituciones; en otras palabras, la relación que existe en el riesgo entre cada institución. La hipótesis por contrastar es que existe una relación de dependencia entre los rendimientos de las acciones bancarias, misma que es variante en el tiempo y de diversa intensidad para cada par de bancos.

Los hallazgos son de suma importancia para el público inversionista local e internacional y para los diseñadores de política económica y para las autoridades de supervisión y regulación bancarias en México y a nivel internacional.

Para lograr el objetivo propuesto, se modelan las volatilidades de los rendimientos accionarios por medio de modelos GARCH univariados. Una vez estimada la volatilidad condicional, se estima la relación por pares mediante dos metodologías: correlación condicional dinámica (DCC-GARCH) y cópulas dinámicas (Cópula-GARCH). El periodo de estudio seleccionado comprende de 27 de enero de 2009 al 29 de octubre de 2021, incluyendo subperiodos de relativa calma y crisis, tales como la crisis de la deuda soberana y la más reciente crisis por la pandemia del Covid-19.

La contribución del trabajo radica en varios aspectos: 1) la literatura sobre el análisis de

¹ <https://www.cnbv.gob.mx/Entidades-Autorizadas/Paginas/Banca-Multiple.aspx>

² Cabe señalar que en un principio se planteó la inclusión de otros tres bancos que junto con los mencionados, constituyen al grupo denominado G7; sin embargo, dado que había muchas observaciones faltantes en las series de las cotizaciones de los bancos Santander, HSBC y Scotiabank, se decidió no incluirlos en el estudio.

las relaciones interbancarias en México es muy escasa, 2) las metodologías propuestas son relativamente novedosas y permiten capturar apropiadamente la dinámica de las series financieras: no linealidad, no normalidad, heteroscedasticidad, memoria larga, valores extremos, por mencionar algunas, 3) los resultados son de suma importancia para la toma de decisiones de inversión y en términos de la supervisión y regulación financiera.

El trabajo se estructura de la siguiente manera: la sección dos presenta la literatura relacionada, la tercera sección describe la metodología y datos, la sección cuatro analiza los resultados y la quinta parte concluye el trabajo.

Revisión de la literatura

Existe extensa literatura sobre diversos temas relacionados con el sector bancario en México, el crédito y el financiamiento (Zurita, 2017), la relación entre crédito bancario y crecimiento económico (Lizarraga y de la Cruz Gallegos, 2011; Miller, 2013), morosidad y rentabilidad en la banca (Rodríguez, 2015), análisis de riesgo crediticio (García y García, 2010; García, Bolívar y Vázquez, 2016; García, García y Martínez, 2017), competencia y estructura del sector bancario (Gómez Rodríguez, Ríos Bolívar y Zambrano Reyes, 2018), por mencionar algunas líneas de investigación.

La existencia de estudios sobre la rentabilidad bursátil de los bancos en México, hasta donde se sabe, es casi nula. Aún más escasos, aquellos trabajos que versan sobre la relación de la volatilidad de los rendimientos entre los principales bancos en México. No obstante, existen algunos trabajos a nivel internacional sobre estos temas, como aquel desarrollado por Lobera, Pelayo y Rojas (2018) que analizan la valoración bursátil y rentabilidad de los bancos en España, Eurozona y EE. UU. Igualmente, Adrianzen (2016) estudia la rentabilidad de los bancos comerciales y el am-

biente macroeconómico en Perú. Para la misma economía, Castro (2015) examina el riesgo sistémico en el sistema financiero peruano.

En términos de la volatilidad de los rendimientos bursátiles bancarios, Moshirian y Wu (2012) analizan la relación entre la volatilidad del sector bancario y el crecimiento económico en 36 mercados. Para ello emplean un modelo de datos panel a través del Método Generalizado de Momentos (MGM). Los resultados revelan una relación positiva entre los rendimientos de las acciones bancarias y el crecimiento económico futuro, y una relación negativa entre la volatilidad de los rendimientos de las acciones bancarias y el crecimiento económico futuro.

Schwert (2011) realiza un análisis de largo plazo (1802-2010) para medir la volatilidad y analizar su variación en el tiempo. Los hallazgos señalan que la volatilidad del rendimiento de las acciones tuvo un incremento importante en la crisis del año 2008, sobre todo, en las acciones de empresas financieras.

En cuanto a la línea de investigación que se centra en los *spillovers* (derrames) de volatilidad en el mercado accionario, Barunik et al. (2015) midieron las asimetrías en los derrames de volatilidad procedentes de buena y mala volatilidad en siete sectores de la economía estadounidense. La evidencia empírica refiere que el sector financiero es aquel con una mayor cantidad de efectos derrame, a raíz de la crisis financiera.

Choudhry y Jayasekera (2014) analizan los derrames en la volatilidad y rendimientos en la industria bancaria en Europa durante la crisis financiera global. Proponen un modelo multivariado GARCH-GJR. Los resultados apuntan a que hubo un efecto derrame asimétrico en el periodo precrisis desde Alemania, Reino Unido y Estados Unidos, hacia el resto de las economías pequeñas dentro de la Unión Europea. Durante la crisis, la cantidad de derrames creció desde las economías grandes hacia las pequeñas.

Metodología

El presente trabajo tiene por objetivo analizar la relación dinámica que existe entre la volatilidad condicional de los rendimientos accionarios de cuatro de las principales instituciones bancarias que operan en México, por pares. Para lograr dicho objetivo, se emplean dos metodologías comparativas: DCC-GARCH y Cópula-GARCH.

En primer lugar, se estiman las volatilidades de los rendimientos accionarios bancarios para cada serie, a través del modelo GARCH univariado. Una vez que se cuenta con dichas estimaciones, una para cada institución bancaria, las series se modelan de manera bivariada a través de los modelos DCC y Cópula, con el fin de comparar los resultados.

Es preciso mencionar que el trabajo tiene fortalezas empíricas al incorporar la metodología de cópulas que permite capturar valores extremos y admite la vinculación entre variables, generando una función de distribución conjunta. Se hace uso de ello, ya que el modelo DCC-GARCH ya ocupa en un sentido directo la varianza condicional del GARCH univariado, mientras que la función cópula toma la varianza condicional del GARCH univariado para cada serie y forma una función de distribución conjunta que se ajusta a la naturaleza de los datos. Dicha estimación se realiza “n” veces a través del uso de ventanas rodantes.

Modelos GARCH

Los modelos de la familia autorregresiva condicional heteroscedástica (ARCH) describen a la varianza condicional en función de los cuadrados de las perturbaciones y de las varianzas condicionales de observaciones previas.

La ventaja de estos modelos es que son capaces de capturar las características primordiales de las series financieras (Francq y Zakoian, 2010). Acorde con lo anterior y conforme a lo expuesto por Bollerslev (1986), el proceso GARCH (p,q) se describe como:

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (1)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (2)$$

Donde ε_t representa un proceso estocástico en tiempo discreto, ψ_{t-1} es un conjunto de información a través del tiempo t y h_t es la volatilidad condicional bajo las singularidades de $p \geq 0, q > 0, \alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, q$ y $\beta_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, p$. Si $p = 0$ se tiene el proceso ARCH (q) en regresión. La condición $\alpha_i + \beta_i < 1$ representa un proceso GARCH estacionario en el cual la permanencia en la volatilidad se interpreta mediante los valores de los coeficientes α_i y β_i . Donde si $\beta_i > \alpha_i$ los choques tienen efectos de largo plazo y la volatilidad no disminuye rápidamente (Bollerslev, 1986).

Los modelos GARCH univariados han sido extensamente empleados para modelar la volatilidad de: índices bursátiles (Oberholzer y Venter, 2015 y Aliyev, Ajayi y Gasim, 2020), precios de opciones (Venter, Mare y Pindza, 2020 y Venter, Levendis y Mare, 2022), precio del petróleo (Bou-seba y Zeghdoudi, 2015 y Bouazizi, 2021), y tipos de cambio (Pilbeam y Langeland, 2015), por mencionar algunos activos financieros.

En la presente investigación los modelos GARCH son empleados para estimar la volatilidad de las series financieras. Una vez estimada dicha volatilidad condicional, se miden los niveles de correlación dinámica a través de una doble implementación: primeramente, a través del modelo DCC-GARCH y posteriormente vía la estimación de cópulas dinámicas con el uso de ventanas móviles. Ambos análisis se realizan sobre las series a la vez por pares.

Modelos de correlación condicional

DCC-GARCH

El modelo de Correlación Condicional Dinámica (DCC) parametriza directamente las correlacio-

nes condicionales a partir de los residuos estandarizados (ε_{it}) de la volatilidad modelada por un GARCH univariado. La principal ventaja del modelo, en relación con otros GARCH multivariados, es el número de parámetros a estimar dentro del proceso de correlación, el cual es independiente del número de series correlacionadas (Engle, 2002). En otras palabras, el modelo DCC no sobre-parametriza, facilitando el análisis de los resultados.

De acuerdo con Engle (2002) y Aielli (2013), la ecuación que describe a este proceso está dada por:

$$H_t = D_t^{\frac{1}{2}} R_t D_t^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$Q_t = (1 - a - b)\bar{Q} + a\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1} + bQ_{t-1} \quad (4)$$

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1} \quad (5)$$

En la cual, dentro de la ecuación 3, para la determinación de la matriz de covarianza condicional (H_t), D_t representa a la matriz de varianzas condicionales formada por los elementos diagonales de la estimación de un modelo GARCH univariado $diag(h_{1t}, \dots, h_{Nt})$. Luego, $R_t = [\rho_{ij,t}]$ es la matriz de correlación condicional compuesta por la matriz de cuasi-correlaciones $Q_t = [q_{ij,t}]$ y $Q_t = diag(q_{11,t}, \dots, q_{NN,t})$. Finalmente, a y b son escalares y $\bar{Q} = E[\varepsilon_t \varepsilon'_t]$.

Al igual que los modelos GARCH univariados, los modelos DCC-GARCH han sido ampliamente empleados en la literatura empírica, ya que son de gran utilidad para medir la influencia o sensibilidad que tiene un cierto activo ante cambios en otro instrumento o variable relevante. Así, se han estudiado los efectos de contagio y transmisión entre diversas monedas (Gomez-Gonzales y Rojas-Espinosa, 2019 y Gabauer, 2020), índices bursátiles (Chittedi, 2015 y Le y Tran, 2021) y mercaderías (Shiferaw, 2019 y Jiang, et al. 2021).

Teoría de Cópulas

La función cópula es una función de distribución multivariada generada a través de funciones de distribución marginales uniformemente distribuidas, a través del teorema de Sklar (Sklar, 1959). Se sabe que, para cada función de distribución multivariada, fácilmente se deriva una función cópula. De hecho, dada una distribución F con marginales F_1, \dots, F_n , la función cópula se denota como:

$$C(u_1, \dots, u_n) = F(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_n^{-1}(u_n)) \quad (6)$$

De acuerdo al teorema de Sklar, la densidad n-dimensional f puede ser representada como

$$f(x_1, \dots, x_n) = f(x_1) * \dots * f(x_n) * c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \quad (7)$$

donde c es la función de densidad de la cópula c . Este resultado reconoce que es permisible la elección de funciones de distribución marginales diferentes y una estructura de dependencia generada por la cópula, para luego ser usadas en la construcción de una distribución multivariada. En este sentido, se pretende lograr una estimación más refinada del comportamiento correlacional de la volatilidad obtenida a través de los modelos GARCH de los cuatro bancos propuestos; cabe decir, las volatilidades obtenidas por el GARCH univariado fungen como las funciones de distribución marginal bajo análisis y éstas, previo a la estimación vía la función cópula, son ajustadas a un Kernel Gaussiano, para una captura más refinada de su comportamiento.

Existe un número considerable de familias de cópulas³; sin embargo, sólo unas cuantas funciones cópula juegan un papel importante, entre las familias de cópulas que tienen este papel se encuentra la familia de cópulas arquimedianas, dichas cópulas arquimedianas serán las que es-

³ Para mayor referencia véase el libro "Una Introducción a las Cópulas" de Roger Nelsen (Nelsen, 2006).

timaremos en este trabajo de investigación. Cabe decir, las cópulas arquimedianas se distinguen por tomar en cuenta la asimetría ponderando mayor peso a las estimaciones de las colas (Liebscher, 2008). Es importante mencionar, que se enuncian solo cópulas bivariadas, es decir, cópulas generadas a través de la interacción entre sólo dos funciones marginales de distribución. En este caso las volatilidades de los bancos obtenidas por los GARCH univariados. Esto debido a que se requiere contrastar la relación existente entre solo dos variables, en otras palabras, cuál es la correlación entre dos variables.

La distribución bivariada perteneciente a la familia de las cópulas arquimedianas está representada como,

$$C_{\alpha}(u_1, u_2) = \phi_{\alpha}^{-1}[\phi_{\alpha}(u_1) + \phi_{\alpha}(u_2)], \\ 0 \leq u_1, u_2 \leq 1 \quad (8)$$

donde ϕ_{α} es convexa y decreciente tal que $\phi_{\alpha} \geq 0$. A la función ϕ_{α} se le denomina generador de la cópula C_{α} y la inversa del generador ϕ_{α}^{-1} es la transformada de Laplace de una variable latente denotada γ , la cual induce la dependencia α . De esta manera, la selección de un generador da como resultado diferentes cópulas de la familia arquimediana. En lo concerniente a este trabajo solo se especifican tres cópulas de esta familia arquimediana, las cuales son las más usuales dada su aparentemente fácil estimación y características: la cópula Clayton, la cópula Gumbel, y la cópula Frank. La **Tabla 1** resume las características de las cópulas arquimedianas que se estimaran.

Cada una de las múltiples familias de copulas está caracterizada por un parámetro que mide la relación entre las distribuciones marginales, el parámetro de dependencia. La estimación del parámetro de dependencia en este trabajo se realiza mediante el procedimiento de máxima verosimilitud. Este mecanismo de estimación puede ser

aplicado a cualquier familia de cópulas a través de la maximización de su función de log-verosimilitud. La función de log-verosimilitud de la función cópula está definida como,

$$l(\theta) = \sum_{j=1}^n \ln c(F_1(x_{j,1}), \dots, F_n(x_{j,n})) + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^d \ln f_i(x_{j,i}) \quad (9)$$

en donde θ es el conjunto de parámetros tanto de las marginales como de la cópula. De esta manera, dados el conjunto de marginales y una cópula, la función de log-verosimilitud puede ser maximizada obteniendo de esta forma el estimador de máxima verosimilitud.

Cabe decir, existe una relación entre el parámetro de dependencia θ y el parámetro de concordancia Tau de Kendall, τ . El parámetro Tau de Kendall fungen como un parámetro de dependencia perfeccionado, dado que su cálculo se basa en rangos.

Existen varios criterios para determinar cuál es la cópula que mejor se ajusta a la distribución de los datos; entre las más utilizadas se encuentran los criterios de información de Akaike (AIC) y el criterio de información Bayesiano (BIC). La **Tabla 2** especifica cómo son estimadas estas pruebas de bondad de ajuste.

Asimismo, las funciones cópula a través de la dependencia de cola capturan la dependencia en presencia de eventos extremos, esto debido a que pondera la relación de dependencia existente en las colas de las distribuciones. La **Tabla 3** muestra los coeficientes de dependencia de cola de cópulas bivariadas.

Resumiendo, la parte metodológica referente a la teoría de cópulas y en particular su implementación vía las cópulas arquimedianas propuestas, la **Tabla 4** muestra las ecuaciones resultantes de la implementación de la dependencia absoluta y la dependencia de cola de las cópulas arquimedianas propuestas. En sí, se tiene que, una vez que se han estimado los parámetros de cada una de las cópulas, los valores de estos

parámetros son utilizados para determinar la dependencia vía la tau de Kendall y las respectivas dependencias de cola.

Dadas sus bondades metodológicas, las cópulas también han sido usadas para estimar la estructura de dependencia en: las pérdidas de portafolios (Yaméogo y Barro, 2021), los mercados de valores (Yang, et al., 2015), mercado de bonos y mercado accionario (Naifar y Hammoudeh, 2016), entre algunos otros estudios.

Resultados

Para la estimación de la correlación dinámica entre las volatilidades de los cuatro bancos estimados: BBVA, Citi-Banamex, Banorte e Inbursa; se utilizan los datos de los precios accionarios semanales⁴ de cierre, siendo el periodo bajo análisis del 27 de enero de 2009 al 29 de octubre de 2021. La **Gráfica 1** muestra los precios accionarios de los bancos y la **Gráfica 2** exhibe tanto los rendimientos de los precios accionarios, así como los respectivos precios accionarios de los bancos bajo análisis.

Previo a la estimación y análisis de la correlación dinámica, en la **Tabla 5** se presentan los estadísticos descriptivos. Se puede notar que Grupo Financiero Banorte (GFN) es aquel cuyos rendimientos promedio presentan mayor valor, seguidos por Grupo Financiero Inbursa (GFIN) y por Citi-Banamex (C). Cabe señalar que los rendimientos son negativos en el caso de BBVA. En cuanto a la variación de dichos rendimientos semanales, es de señalar que el comportamiento es

⁴ En un inicio, la investigación contemplaba datos diarios; sin embargo, a diferencia de otros sectores, las acciones del sector bancario mexicano no experimentan variaciones tan importantes en su precio, por lo cual, los valores de los rendimientos diarios no presentaban cambios, es decir, sus variaciones diarias en muchos casos eran cero, dificultando la modelación. Así, se propone una investigación con datos semanales, obteniendo resultados favorables.

muy parecido, es decir, que la desviación estándar (riesgo) de las series tienen un valor similar, alrededor de 4.5%, exceptuando el caso de Citi-Banamex con un valor de 6.7%. En cuanto al sesgo, BBVA e Inbursa muestran valores positivos, mientras que Banorte y Citi-Banamex, reflejan un sesgo negativo. Igualmente, la **Tabla 5** muestra los resultados de las pruebas de normalidad (Jarque-Bera) y Heteroscedasticidad o efecto ARCH. Así, se puede observar que las series no son normales ni homoscedásticas, por lo que la aproximación GARCH es apropiada para la modelación de las series.

La **Tabla 6** reporta los resultados de las pruebas de raíces unitarias, las cuales permiten garantizar la condición de estacionaridad en las series tanto en niveles como en primeras diferencias y en los tres casos, considerando intercepto, intercepto y tendencia, y ninguno de los anteriores. La ausencia de raíz unitaria es cualidad necesaria para la estimación de los modelos GARCH y DCC.

Los resultados del modelo AR(1) GARCH (1,1) univariado, presentados en la **Tabla 7**, evidencian que los términos del ARCH y GARCH son estadísticamente significativos y al mismo tiempo la condición sobre la suma de los términos α y β para los rendimientos accionarios de los cuatro bancos se mantienen menores y cercanos a la unidad. Esto se traduce en la presencia de un proceso de reversión a la media en la volatilidad de las variables donde los choques sólo son transitorios.

La **Gráfica 3** muestra las volatilidades condicionales obtenidas a través del proceso AR(1) GARCH (1,1) univariado para cada uno de los bancos.

La **Gráfica 3** evidencia varios periodos de marcada volatilidad, pero sobresalen dos periodos de alta volatilidad: uno durante el 2009 como consecuencia de las secuelas de la crisis Subprime y otro en el primer trimestre de 2020 originado por la crisis sanitaria por Covid-19, la cual se convirtió rápidamente también en crisis financiera.

La **Tabla 8** muestra los resultados del modelo AR(1) GARCH(1,1) DCC. Como se puede observar, los bancos cuyas volatilidades de sus rendimientos muestran mayor correlación $\rho_{2,1}$ son BBVA y City Banamex (0.46), seguidos por la relación Inbursa-Banorte (0.38). Dicho hallazgo es interesante, debido a que la primera relación se da entre los dos bancos con mayor participación en México, en términos de cartera de consumo. Ambos bancos son de origen extranjero y eso podría explicar que la evolución de sus rendimientos se vea influenciada por factores similares. En cuanto a la segunda relación con mayor valor, ambos bancos son de capital mexicano y podrían verse más afectados por variables locales. Los resultados señalan que las correlaciones entre todas las instituciones bancarias son positivas y estadísticamente significativas.

A partir de los resultados, se comprueba que se satisface la condición $0 \leq \theta_1 + \theta_2 \leq 1$, lo que garantiza la estabilidad del proceso DCC (Kurasawa, 2016). Los coeficientes de θ_1 y θ_2 son estadísticamente significativos para los modelos de correlación entre BBVA e Inbursa, mientras que θ_2 es estadísticamente significativa para todos los modelos y θ_1 , únicamente para la relación previamente señalada. Los valores de los grados de libertad (df) apuntan a que las distribuciones presentan colas pesadas.

Las pruebas de Hosking para la correlación con serial de los residuos y de McLeod - Li para la heteroscedasticidad condicional autorregresiva se observan en la **Tabla 9** y explican que, una vez estimado el modelo DCC - AR(1) GARCH (1,1), no existe la presencia de efectos ARCH en los residuales al cuadrado con 50 rezagos con una probabilidad del 99%.

La **Gráfica 4** muestra las correlaciones condicionales obtenidas a través del proceso DCC-AR(1)-GARCH(1,1) para cada uno de los bancos.

Por otro lado, para la estimación del proceso propuesto vía el uso de las cópulas, de igual ma-

nera que en el proceso DCC-AR(1)-GARCH(1,1), se utilizan las volatilidades obtenidas previamente del proceso AR(1)-GARCH(1,1). La estimación de la correlación (dependencia) entre las volatilidades de los rendimientos de los precios accionarios de los bancos bajo análisis se lleva a cabo mediante el uso de cópulas de la familia Arquimediana: cópula Clayton, cópula Gumbel y cópula Frank, y mediante el uso de ventanas rodantes de 52 semanas, es decir, cada ventana (sub-serie) de la serie principal corresponde a un año. En este sentido, dada la serie principal $(Y_t: t = 1, 2, \dots, m, \dots, n)$, se generará un registro de estimaciones dado de cada una de las ventanas generadas y asimismo se tendrá el registro de cada una de las cópulas propuestas.

Las cópulas estimadas son bivariadas, si son cuatro los bancos analizados, en consecuencia se tienen 12 diferentes pares de combinaciones; dado lo anterior es primordial simplificar los resultados. Para ello es que se hace uso de los criterios de información: el de Akaike y el Bayesiano, los cuales servirán para la determinación de la cópula que presente el mejor ajuste. La **Tabla 10** resume los valores promedios obtenidos por cada una de las cópulas propuestas. A través de la **Tabla 10** podemos determinar que la correlación de la volatilidad entre los bancos Grupo Financiero Banorte (GFN), Grupo Financiero Inbursa (GFIN), Citi-Banamex (C) y BBVA debe ser estimada sin tomar en cuenta la asimetría en las colas de las distribuciones conjuntas obtenidas a través de las cópulas Clayton (cola izquierda) y Gumbel (cola derecha), esto debido a que la cópula que mostró el mejor ajuste para todas las combinaciones fue la cópula Frank, cópula que no hace énfasis en el comportamiento extremo de las colas de la distribución.

Tomando como punto de partida los resultados mostrados en la **Tabla 10**, referente a las cópulas que obtuvieron el mejor ajuste, se grafican solamente los patrones de correlación absoluta

de la cópula Frank, y con respecto a los patrones de dependencia de cola en la cópula Frank es nula, por ende se omite, la **Gráfica 5** da cuenta de ello.

A través de la **Gráfica 5** se puede resaltar la alta correlación en volatilidad que tienen los bancos principalmente en el periodo de la crisis sanitaria por COVID-19. Dado que se observa que los patrones de dependencia absoluta de la cópula Frank en ese periodo manifestaron valores superiores a 0.7, se puede afirmar que la respuesta de la volatilidad de los distintos bancos bajo estudio es muy similar. Asimismo, sobresale que, a diferencia del proceso DCC, las variaciones de correlación dinámica capturadas a través de cópulas muestran un comportamiento variante a través del tiempo y no casi constante como lo fue en la combinación BBVA-GFI en el caso del proceso DCC.

Los resultados obtenidos, tanto por la vía del proceso DCC como a través del proceso vía cópulas, son de gran importancia para la diversificación de portafolios dado que se ha identificado qué activos con alta correlación positiva, así sea correlación en volatilidad, no brindan a los inversionistas el beneficio de reducción de riesgos. La volatilidad es vista como la métrica principal de riesgo. En contraparte, si se tienen activos con baja correlación, éstos sí brindan el beneficio de reducción de riesgos, dado que se cumple el principio de diversificación. Ante esto, la evidencia empírica mostrada por los bancos bajo análisis muestra que se tienen patrones cambiantes de correlación, sobresaliendo los altos patrones durante el periodo de la crisis derivada por el COVID-19.

Finalmente, la **Gráfica 6** muestra el comparativo entre los resultados obtenidos entre las dos metodologías propuestas, DCC-AR(1)-GARCH(1,1) versus Cópula-AR(1)-GARCH(1,1). Los resultados conjuntos afirman que la correlación entre volatilidades de los principales bancos

que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores tienen patrones cambiantes y que el contraste de resultados a través de las metodologías propuestas evidencia momentáneamente resultados similares, y que estos son más restrictivos conforme la metodología incluya una captura distribucional óptima sobre el comportamiento de los datos.

Como se demostró anteriormente, el vínculo más importante es aquel presentado por BBVA-Citi Banamex y el segundo más fuerte es el de Inbursa-Banorte.

Conclusiones

El presente trabajo analiza la relación dinámica que existe entre la volatilidad de los rendimientos accionarios de cuatro de los principales bancos en México, con el fin de identificar qué tan estrecho es el vínculo entre el riesgo de dichos activos en tiempos de incertidumbre y relativa calma.

Para lograr dicho objetivo, se estima la volatilidad condicional de los rendimientos bancarios mediante modelos AR(1) GARCH (1,1) univariados y posteriormente se estiman un proceso con DCC y otro vía cópulas. Los resultados muestran que los modelos planteados son idóneos y que en particular el proceso Cópula-AR(1)-GARCH(1,1) se adapta mejor a las características de las series, captando adecuadamente el comportamiento de las mismas.

La evidencia empírica es similar a aquella presentada por Choudhry y Jayasekera (2014), quienes señalan que la intensidad de los vínculos entre las instituciones bancarias europeas es distinta.

Los resultados de ambas metodologías muestran que la relación entre la volatilidad de los rendimientos accionarios bancarios varía a través del tiempo, intensificándose en momentos de mayor incertidumbre, asociados a la crisis de la deuda soberana, la ralentización de la economía en 2018 y principalmente durante la pandemia por COVID-19.

Dentro de la agenda de futuros estudios se podrían incorporar modelos multivariados BEKK y VIRF (Volatility impulse response functions for multivariate GARCH models) para examinar la relación de volatilidad entre diversas instituciones bancarias.

Tabla 1 Cópulas Arquimedianas			
	Función Cópula	Generador	Transforma de Laplace
Clayton	$c_\alpha(u_1, u_2) = \{u_1^{1-\alpha} + u_2^{1-\alpha} - 1\}^{1/(1-\alpha)}, \alpha > 1$	$\phi_\alpha(t) = t^{1-\alpha} - 1$	$\phi_\alpha^{-1}(s) = (1 + s)^{1/(1-\alpha)}$
Gumbel	$C\alpha(u_1, u_2) = \exp\{-[(-\ln u_1)^{1/\alpha} + (-\ln u_2)^{1/\alpha}]^\alpha\}, 0 < \alpha < 1$	$\phi_\alpha(t) = (-\ln t)^{1/\alpha}$	$\phi_\alpha^{-1}(s) = \exp\{-s^\alpha\}$
Frank	$c_\alpha(u_1, u_2) = \frac{\ln\left[1 + \frac{(\alpha^{u_1} - 1)(\alpha^{u_2} - 1)}{(\alpha - 1)}\right]}{\ln \alpha}, \alpha > 0$	$\phi_\alpha(t) = \ln\left(\frac{\alpha^t - 1}{\alpha - 1}\right)$	$\phi_\alpha^{-1}(s) = \frac{\ln[1 + (\alpha - 1)e^s]}{\ln \alpha}$

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2 Pruebas de Bondad de Ajuste de las Cópulas	
Criterio de información de Akaike	Criterio de información Bayesiano
$AIC = -2\ln(\hat{\theta}) + 2k$	$BIC = -2\ln(\hat{\theta}) + k \ln(n)$

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 3 Coeficientes de Dependencia de Cola de Cópulas Bivariadas	
Coeficiente de dependencia de la cola superior	Coeficiente de dependencia de la cola inferior
$\lim_{u \rightarrow 1} \frac{1 - 2u + C(u, u)}{1 - u} = \lambda_u$	$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{C(u, u)}{u} = \lambda_l$

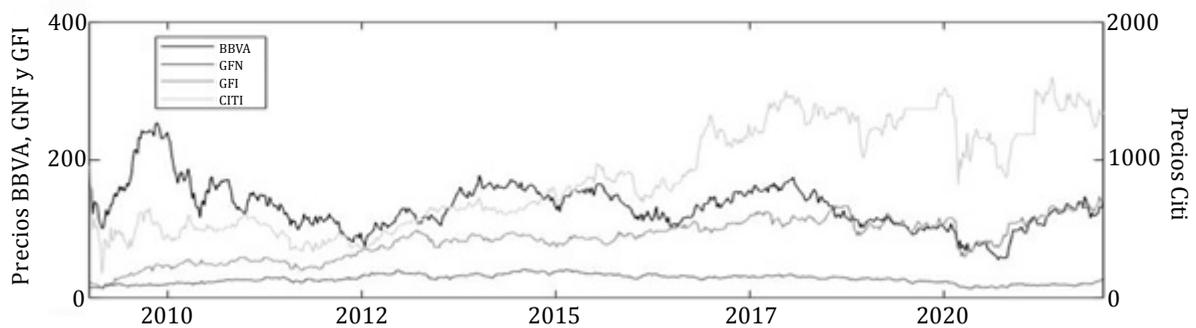
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4
Dependencia absoluta y de cola de las cópulas arquimedianas

	Dependencia Absoluta		Dependencia de Cola	
	Parámetro θ	Tau de Kendall	λ_w	λ_1
Cópulas arquimedianas	Clayton	$\theta > -1$	$\frac{\theta}{\theta + 2}$	$\begin{cases} 2^{-\frac{1}{\theta}} & \theta > 0 \\ 0 & \theta \leq 0 \end{cases}$
	Gumbel	$\theta > 1$	$\frac{\theta - 1}{\theta}$	$2 - 2^{\frac{1}{\theta}}$
	Frank	$\theta \in \mathbb{R}$	$1 - \frac{4}{\theta} [1 - D_1(\theta)]$	0

Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 1
Precios accionarios de los Bancos:
BBVA, Citi-Banamex, Banorte e Inbursa



Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 2
Precios y rendimientos accionarios de los Bancos:
BBVA, Citi-Banamex, Banorte e Inbursa

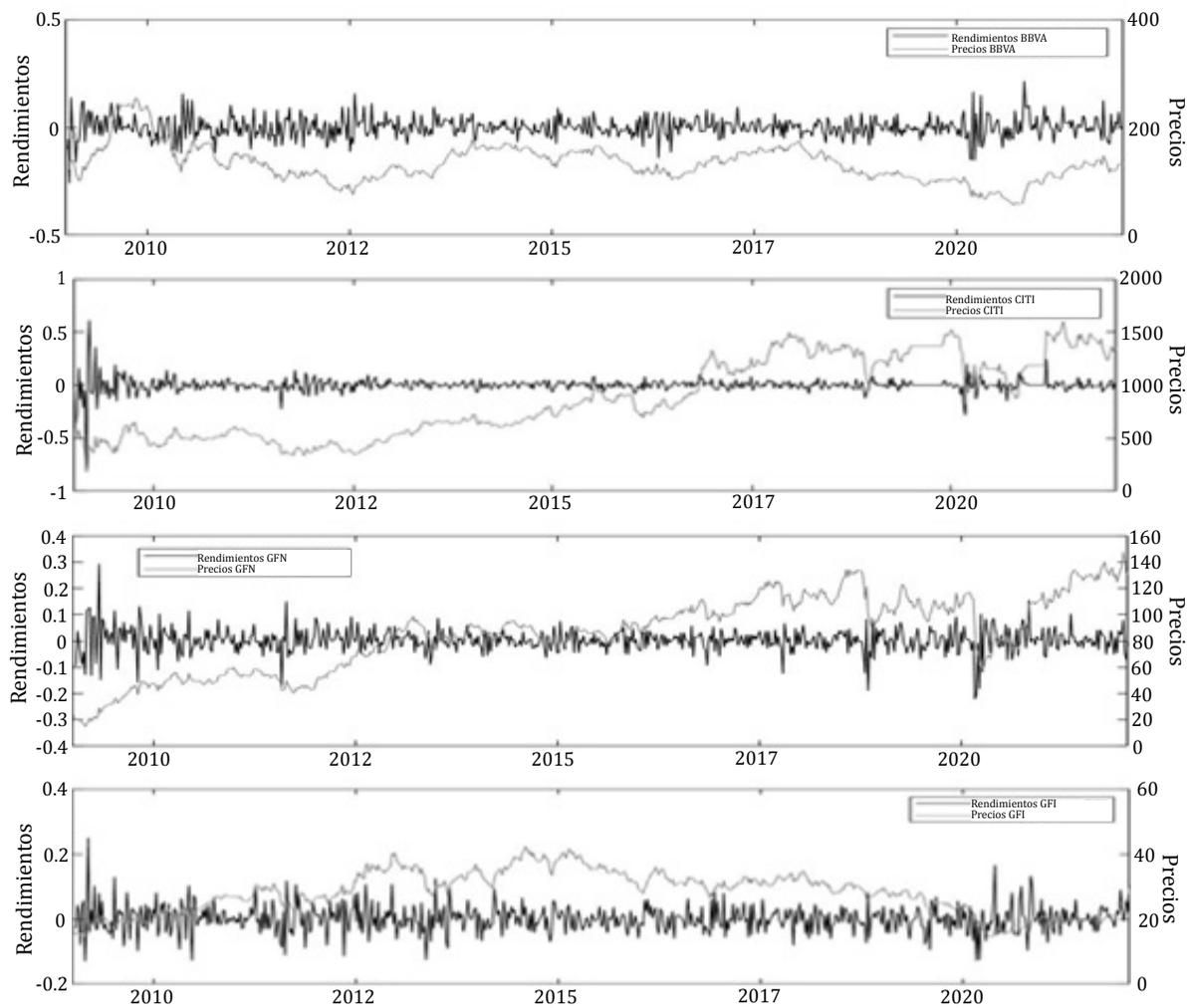


Tabla 5
Estadísticos descriptivos y pruebas de normalidad y heteroscedasticidad

	BBVA	C	GFI	GFN
Media	-0.000355	0.000484	0.000898	0.002482
Máximo	0.2136	0.611019	0.24955	0.292676
Mínimo	-0.259039	-0.809997	-0.129818	-0.221654
Desv Est	0.047996	0.066956	0.04108	0.045045
Sesgo	0.039144	-1.688316	0.404717	-0.208304
Curtosis	5.358449	48.04397	5.755789	8.280368
Jarque-Bera	158.2356	57980.25	234.4248	797.2536
ARCH (F-stat)	9.2906***	58.6192***	3.3069***	9.0545***

Fuente: Elaboración propia con datos de la estimación, *** denota significancia estadística al 1%

Tabla 6
Pruebas de raíces unitarias (ADF y PP) sobre los rendimientos

Var.		ADF				PP			
		NIVEL		1 DIF.		NIVEL		1 DIF.	
BBVA	int	-27.42199	***	-16.29277	***	-27.38733	***	-124.4131	***
	int y ten	-27.40591	***	-16.28441	***	-27.37197	***	-122.9883	***
	ninguno	-27.44125	***	-16.30245	***	-27.40571	***	-124.5062	***
C	int	-28.54993	***	-18.18087	***	-18.18087	***	-129.2738	***
	int y ten	-28.53107	***	-18.21529	***	-31.09606	***	-129.9223	***
	ninguno	-28.5643	***	-18.17605	***	-31.06269	***	-129.1919	***
GFI	int	-28.15068	***	-13.81036	***	-28.62754	***	-215.2919	***
	int y ten	-28.15444	***	-13.81736	***	-28.73399	***	-216.4	***
	ninguno	-28.15605	***	-13.81995	***	-28.6168	***	-215.0487	***
GFN	int	-28.11856	***	-16.97244	***	-28.04834	***	-267.2139	***
	int y ten	-28.15759	***	-16.96838	***	-28.10216	***	-269.8551	***
	ninguno	-28.03709	***	-16.98321	***	-27.96292	***	-268.4347	***

Fuente: Elaboración propia con datos de la estimación, *** denota significancia estadística al 1%

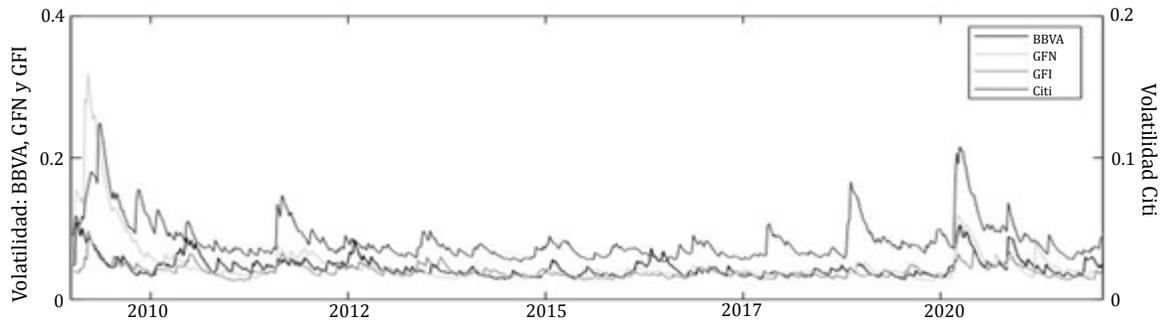
Tabla 7
Resultados de los modelos univariados AR(1) GARCH (1,1)

Variable	BBVA		C		GFI		GFN	
	Coef	Prob.	Coef	Prob.	Coef	Prob.	Coef	Prob.
C(m)	-2.38E-05		0.001983		0.000425		0.002919	**
AR(1)	-0.035987		-0.009354		-0.078955	*	-0.090717	**
C(v)	0.000178	**	9.31E-05	***	9.44E-05	*	7.77E-05	**
α_1	0.147823	***	0.113717	***	0.0769	***	0.087148	***
β_1	0.766129	***	0.836192	***	0.866392	***	0.864345	***
$\alpha+\beta$	0.913952		0.949909		0.943292		0.951493	
T-DIST. DOF	11.29986	***	4.377783	***	6.894509	***	5.925984	***

Nota: *, ** y ***, denotan significancia al 10%, 5% y 1 %.

Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 3.
Volatilidad Condicional obtenida del proceso AR(1) GARCH (1,1) univariado, para cada uno de los bancos: BBVA, Banorte e Inbursa y Citi-Banamex



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 8
Correlación Condicional Dinámica Simétrica

	C-BBVA		C-GFI		C-GFN	
$\rho_{2,1}$	0.4647	***	0.09502	*	0.15896	**
θ_1	0.0208		0.02584		0.02622	
θ_2	0.9217	***	0.88484	***	0.92973	***
df	5.6709	***	5.10699	***	4.79801	***

	BBVA-GFI		BBVA-GFN		GFI-GFN	
$\rho_{2,1}$	0.1765	***	0.2230	***	0.3786	***
θ_1	0		0.0211	***	0.0063	
θ_2	0.3560		0.9597	***	0.9586	***
df	8.6679	***	7.9122	***	7.4796	***

Nota: *, ** y ***, denotan significancia al 10%, 5% y 1 %.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 9
Prueba de Hosking^{1/} y McLeod – Li^{2/}
sobre el cuadrado de los residuos estandarizados hasta el rezago k

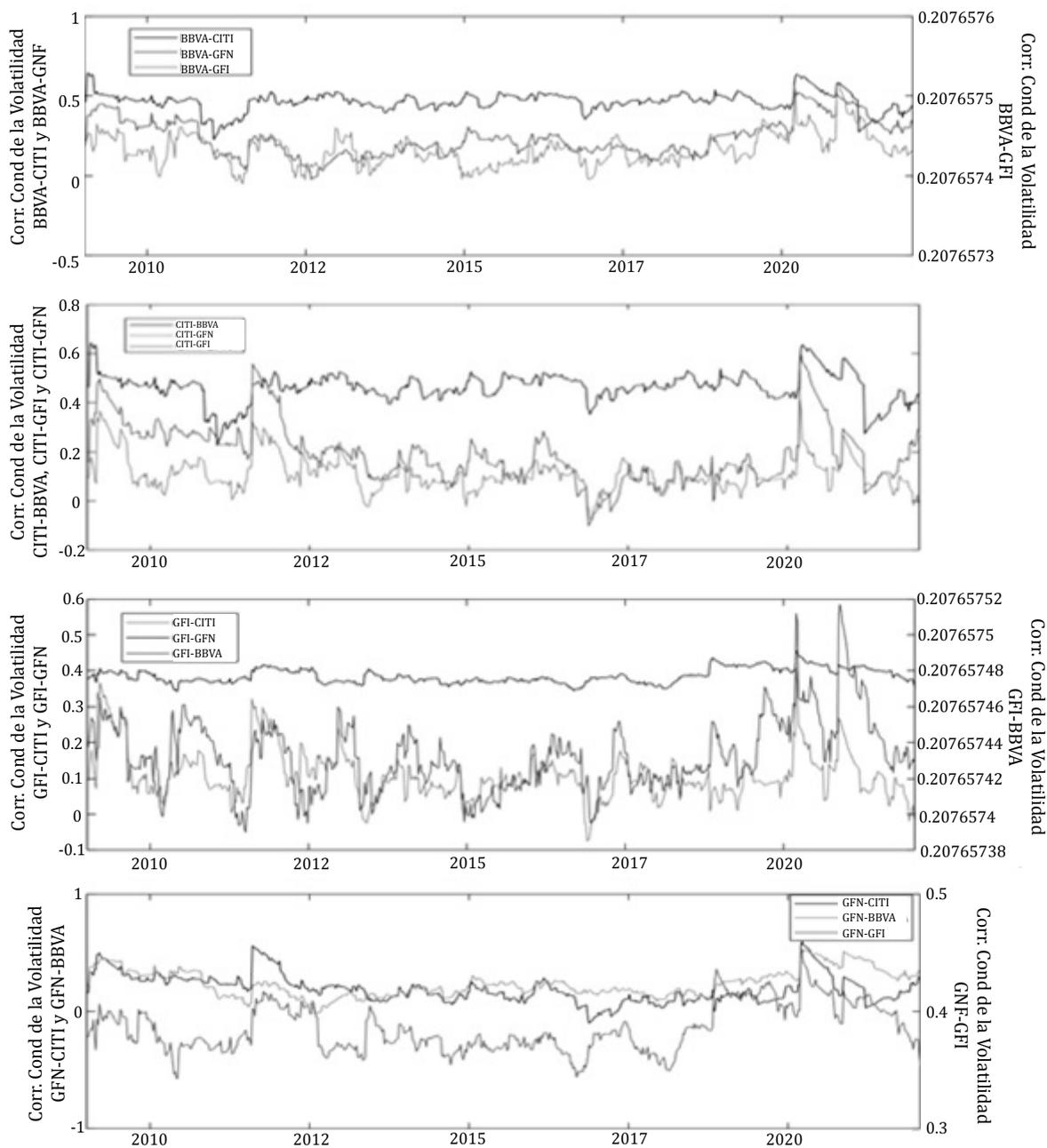
	C-BBVA		C-GFI		C-GFN		BBVA-GFI		BBVA-GFN		GFI-GFN	
	Coef	Prob	Coef	Prob	Coef	Prob	Coef	Prob	Coef	Prob	Coef	Prob
Hosking(50)	228.6	**	203.9	***	132.3	***	180.7	***	148.1	***	173.9	***
Li-McLeod(50)	229.2	**	204.3	***	136.1	***	183	***	150.1	***	176	***

^{1/} Hipótesis nula: Los residuos no presentan correlación serial.

^{2/} Hipótesis nula: No hay heteroscedasticidad condicional autorregresiva.

Gráfica 4

Correlación Condicional de la Volatilidad obtenida del proceso DCC-AR(1)-GARCH(1,1), para cada uno de los bancos: BBVA, Citi-Banamex, Banorte e Inbursa



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 10

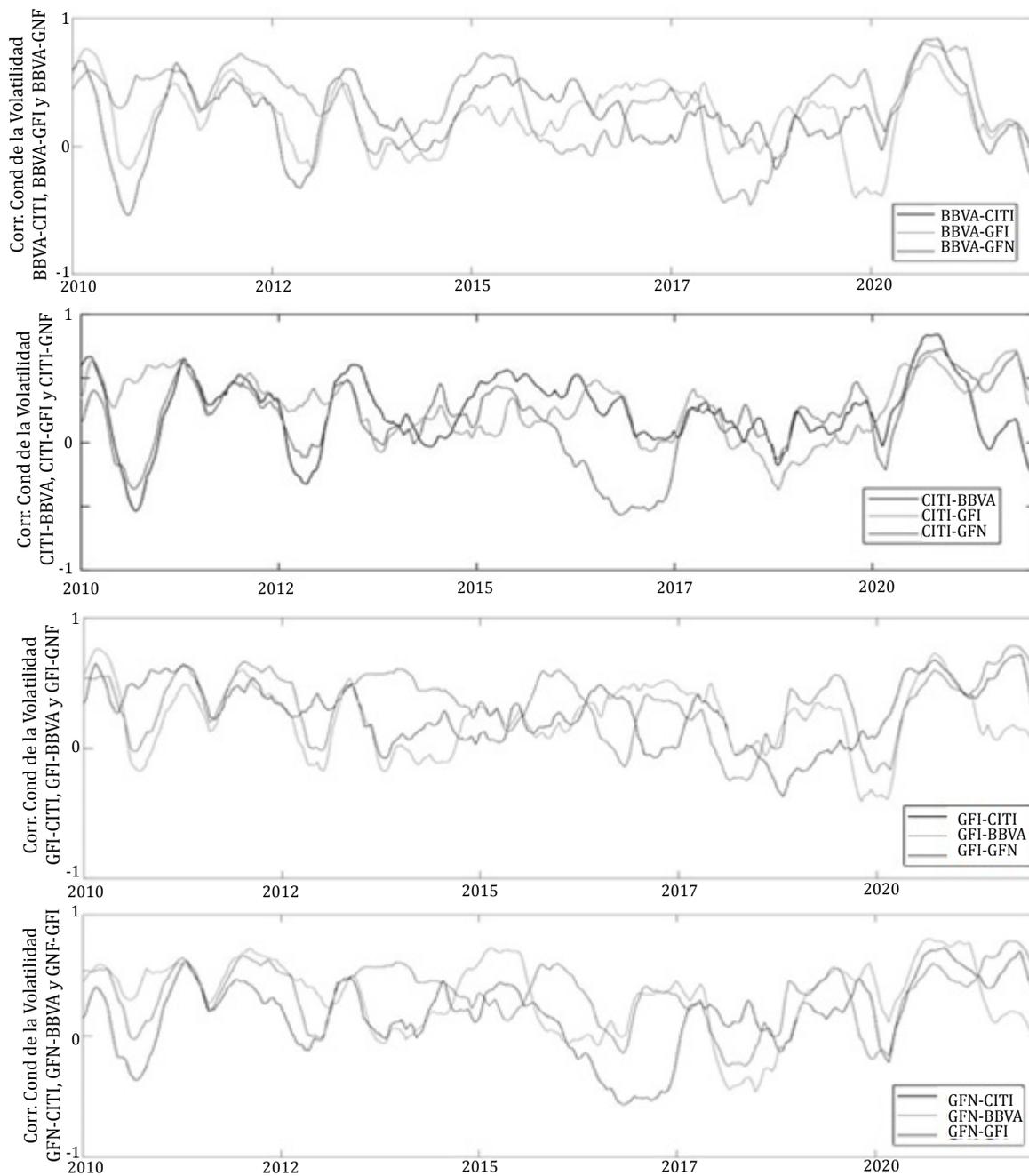
Pruebas AIC y BIC estimadas por ventanas para determinar la mejor Cópula Bivariada de la Volatilidad obtenida del proceso AR(1)-GARCH(1,1), para cada uno de los bancos: BBVA, Citi-Banamex, Banorte e Inbursa

AIC / BIC	Clayton	Frank	Gumbel		Clayton	Frank	Gumbel
BBVA - CITI	-11.78	-13.42	-13.10	GFI - BBVA	-10.86	-11.37	-8.89
	-7.34	-8.97	-8.66		-6.42	-6.92	-4.45
BBVA - GFI	-10.86	-11.37	-8.89	GFI - CITI	-12.33	-12.90	-12.22
	-6.42	-6.92	-4.45		-7.88	-8.45	-7.78
BBVA - GFN	-19.04	-21.80	-19.86	GFI - GFN	-17.51	-19.53	-18.40
	-14.59	-17.35	-15.42		-13.07	-15.09	-13.96
CITI - BBVA	-11.78	-13.42	-13.10	GFN - BBVA	-19.04	-21.80	-19.86
	-7.34	-8.97	-8.66		-14.59	-17.35	-15.42
CITI - GFI	-12.33	-12.90	-12.22	GFN - CIIT	-7.04	-11.87	-10.64
	-7.88	-8.45	-7.78		-2.59	-7.42	-6.19
CITI - GFN	-7.04	-11.87	-10.64	GFN - GFI	-17.51	-19.53	-18.40
	-2.59	-7.42	-6.19		-13.07	-15.09	-13.96

Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 5

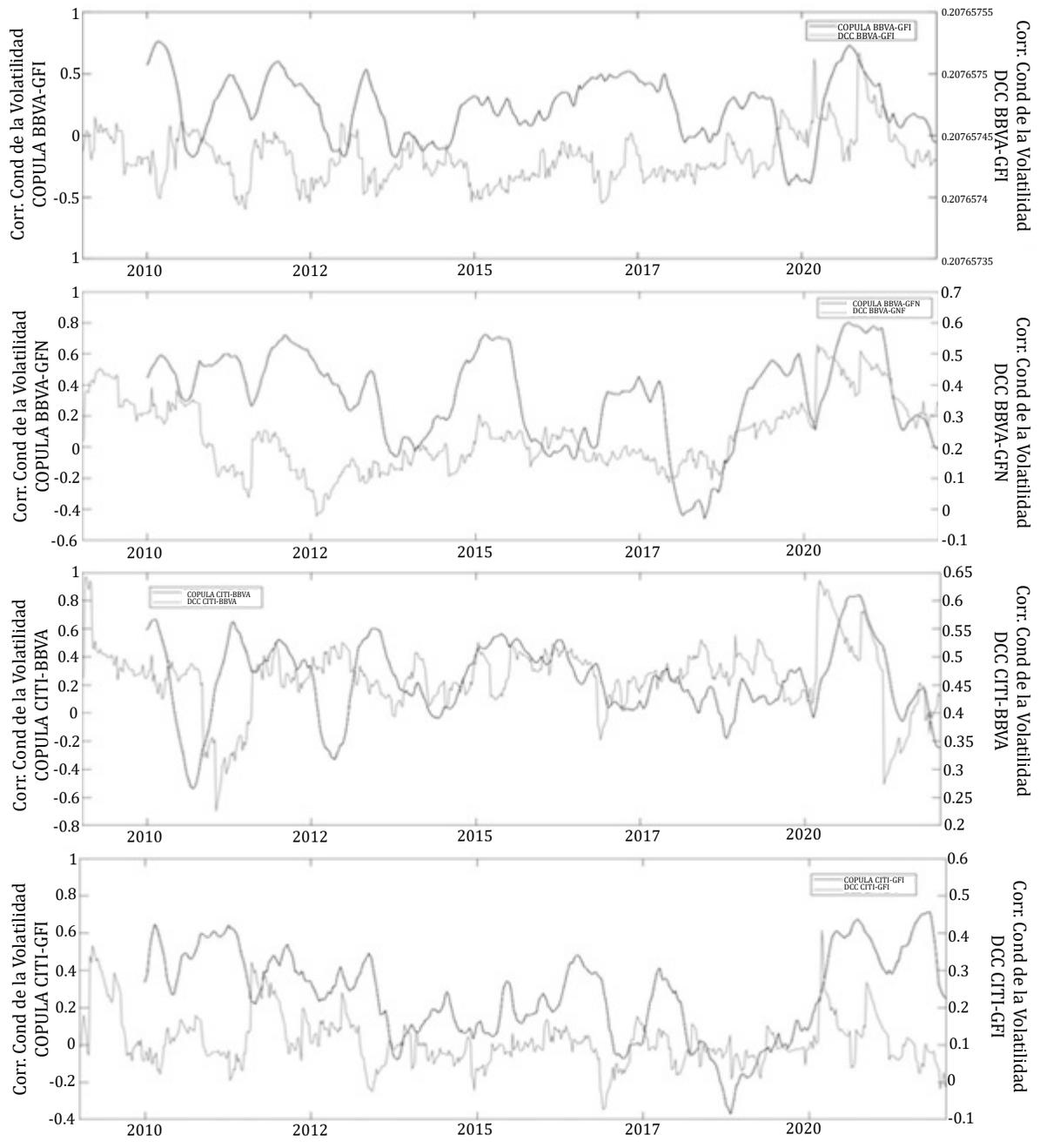
Correlación Condicional de la Volatilidad obtenida del proceso Cópula-AR(1)-GARCH(1,1), para cada uno de los bancos: BBVA, Citi-Banamex, Banorte e Inbursa

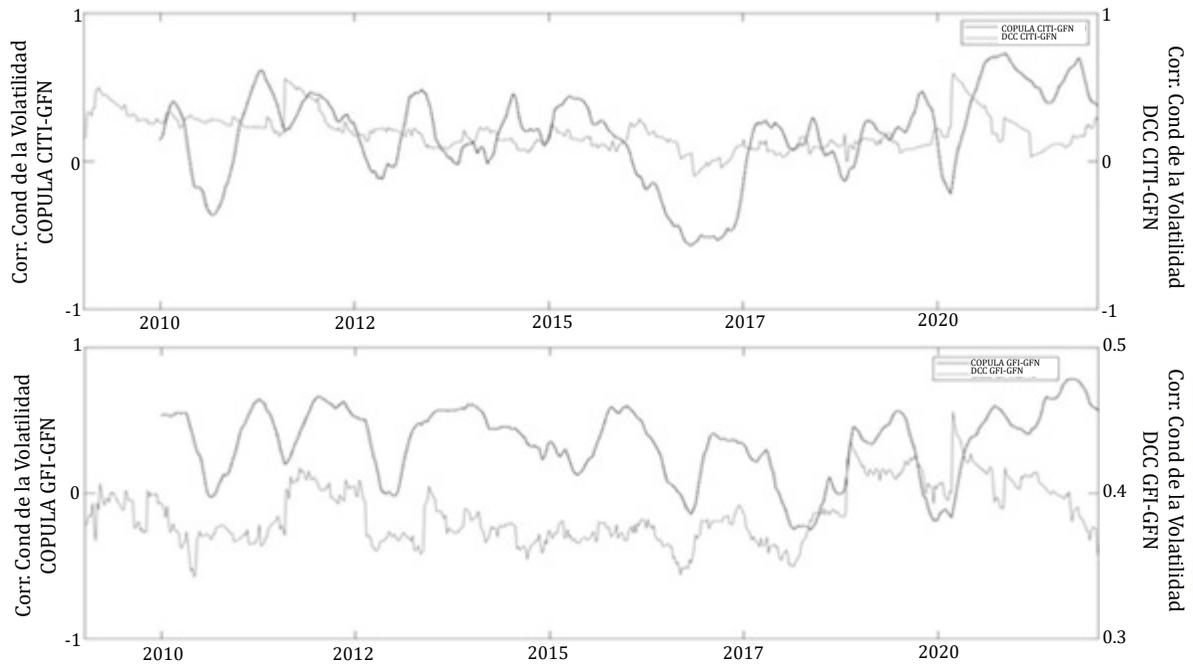


Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 6.

Correlación Condicional de la Volatilidad obtenida por los procesos DCC-AR(1)-GARCH(1,1) y Cópula-AR(1)-GARCH(1,1), para cada uno de los bancos: BBVA, Citi-Banamex, Banorte e Inbursa





Referencias

- Adrianzen, C. C. M. (2016). La rentabilidad de los bancos comerciales y el ambiente macroeconómico: el caso peruano en el periodo 1982-2014. Tesis. Doctorado. Universitat Politècnica de Catalunya. Departamento de Organización de Empresas. Programa de Doctorado en Administración y Dirección de Empresas. Disponible en <https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/96389/TCM-AC1de1.pdf>
- Aielli, G. P. (2013). Dynamic conditional correlation: on properties and estimation. *Journal of Business & Economic Statistics*, 31(3), 282-299.
- Aliyev, F., Ajayi, R., & Gasim, N. (2020). Modelling asymmetric market volatility with univariate GARCH models: Evidence from Nasdaq-100. *The Journal of Economic Asymmetries*, 22, e00167.
- Baruník, J., Kocenda, E., & Vácha, L. (2015). Volatility spillovers across petroleum markets. *The Energy Journal*, 36(3).
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3), 307-327.
- Bouazizi, T. (2021). Oil price volatility models during coronavirus crisis: testing with appropriate models using further univariate garch and monte carlo simulation models. *International Journal of Energy Economics and Policy*, 670216917.
- Bouseba, F. Z., & Zeghdoudi, H. (2015). Use of the GARCH models to energy markets: Oil price volatility. *Global Journal of Pure and Applied*, 4385-4394.
- Castro, C. (2015). Riesgo sistémico en el sistema financiero peruano. *Revista de estudios económicos*, 29, 77-90.
- Chittedi, K. R. (2015). Financial crisis and contagion effects to Indian stock market: 'DCC-GARCH' analysis. *Global Business Review*, 16(1), 50-60.
- Choudhry, T., & Jayasekera, R. (2014). Returns and volatility spillover in the European banking industry during global financial crisis: Flight to perceived quality or contagion? *International Review of Financial Analysis*, 36, 36-45.
- Engle, R.F. (2002). Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate GARCH models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 339-350.
- Franqc, C., & Zakoian, J. M. (2010). *Strict stationarity testing and estimation of explosive ARCH models*. Disponible en <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/22414>
- Gabauer, D. (2020). Volatility impulse response analysis for DCC-GARCH models: The role of Volatility Transmission Mechanisms. *Journal of Forecasting*, 39(5), 788-796.
- García, J. C. T., Bolívar, H. R., & Vázquez, F. A. (2016). Actualización del modelo de riesgo crediticio, una necesidad para la banca revolvente en México. *Revista Finanzas y Política Económica*, 8(1), 17-30.
- García, J. C. T., García, M. Á. M., & Martínez, F. V. (2017). Administración del riesgo crediticio al menudeo en México: una mejora econométrica en la selección de variables y cambios en sus características. *Contaduría y administración*, 62(2), 377-398.
- García, M. L. S., & García, M. J. S. (2010). Modelos para medir el riesgo de crédito de la banca. *Cuadernos de administración*, 23(40).
- Gómez Rodríguez, T., Ríos Bolívar, H., & Zambrano Reyes, A. (2018). Competencia y estructura de mercado del sector bancario en México. *Contaduría y administración*, 63(1), 1-22. Disponible en <https://www.scielo.org.mx/pdf/cya/v63n1/0186-1042-cya-63-01-00002.pdf>
- Gomez-Gonzalez, J. E., & Rojas-Espinosa, W. (2019). Detecting contagion in Asian exchange rate markets using asymmetric DCC-GARCH and R-vine copulas. *Economic Systems*, 43(3-4), 100717.

- Jian, C., Jie, L., & Ting, L. (2021). A study of linkage between crude oil and natural gas in North American market: Based on the empirical analysis of bayesian DCC-GARCH model and LSTAR model. *Management Review*, 33(7), 16.
- Jiang, Y., Jiang, C., Nie, H., & Mo, B. (2019). The time-varying linkages between global oil market and China's commodity sectors: Evidence from DCC-GJR-GARCH analyses. *Energy*, 166, 577-586.
- Le, T. P. T. D., & Tran, H. L. M. (2021). The contagion effect from US stock market to the Vietnamese and the Philippine stock markets: The evidence of DCC-GARCH model. *The Journal of Asian Finance, Economics and Business*, 8(2), 759-770.
- Liebscher, E. (2008). Construction of asymmetric multivariate copulas. *Journal of Multivariate analysis*, 99(10), 2234-2250.
- Lizarraga, J. Á. A., & de la Cruz Gallegos, J. L. (2011). Crecimiento económico y el crédito bancario: un análisis de causalidad para México. *Revista de Economía, Facultad de Economía, Universidad Autónoma de Yucatán*, 28(77), 39-39.
- Lobera, A. B., Pelayo, A., & Rojas, F. (2018). Valoración bursátil y rentabilidad de los bancos: España, eurozona, Estados Unidos. *Cuadernos de Información económica*, (264), 83-91.
- Miller, J. L. C. (2013). Crédito bancario y crecimiento económico en México. *Economía Informa*, 378, 14-36.
- Moshirian, F., & Wu, Q. (2012). Banking industry volatility and economic growth. *Research in International Business and Finance*, 26(3), 428-442.
- Naifar, N., & Hammoudeh, S. (2016). Dependence structure between sukuk (Islamic bonds) and stock market conditions: An empirical analysis with Archimedean copulas. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 44, 148-165.
- Nelsen, R. B. (2006). *An introduction to copulas*. Springer. New York, USA. <https://doi.org/10.1007/0-387-28678-0>
- Oberholzer, N., & Venter, P. (2015). Univariate GARCH models applied to the JSE/FTSE stock indices. *Procedia Economics and Finance*, 24, 491-500.
- Pilbeam, K., & Langeland, K. N. (2015). Forecasting exchange rate volatility: GARCH models versus implied volatility forecasts. *International Economics and Economic Policy*, 12(1), 127-142.
- Rodríguez, R. C. (2015). Morosidad en el pago de créditos y rentabilidad de la banca comercial en México. *Revista Mexicana de Economía y Finanzas. Nueva Época/Mexican Journal of Economics and Finance*, 10(1), 71-83.
- Schwert, G. W. (2011). Stock volatility during the recent financial crisis. *European Financial Management*, 17(5), 789-805.
- Shiferaw, Y. A. (2019). Time-varying correlation between agricultural commodity and energy price dynamics with Bayesian multivariate DCC-GARCH models. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 526, 120807.
- Sklar, A. (1959). Fonctions de Répartition à n Dimensions et Leurs Marges. *Publications de l'Institut Statistique de l'Université de Paris*, 8, 229-231.
- Venter, P. J., Levendis, A., & Mare, E. (2022). Collateralised option pricing in a South African context: A univariate GARCH approach. *Cogent Economics & Finance*, 10(1), 2106631.
- Venter, P. J., Mare, E., & Pindza, E. (2020). Price discovery in the cryptocurrency option market: A univariate GARCH approach. *Cogent Economics & Finance*, 8(1), 1803524.
- Yaméogo, W., & Barro, D. (2021). Modeling the dependence of losses of a financial portfolio using nested archimedean copulas. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 2021.

- Yang, L., Cai, X. J., Li, M., & Hamori, S. (2015). Modeling dependence structures among international stock markets: Evidence from hierarchical Archimedean copulas. *Economic Modelling*, 51, 308-314.
- Zuríta, W. B. (2017). Crédito y financiamiento bancario (Brasil y México). *Ola Financiera*, (28), 63-85.