

# *Medición del riesgo de la cola en el mercado del petróleo mexicano aplicando la teoría de valores extremos condicional*

RAÚL DE JESÚS GUTIÉRREZ<sup>1</sup>  
EDGAR ORTIZ CALISTO<sup>2</sup>  
OSWALDO GARCÍA SALGADO  
VERÓNICA ÁNGELES MORALES

- **Resumen:** Este trabajo aplica la teoría de valores extremos a la distribución condicional de los residuales estandarizados de especificaciones GARCH, EGARCH y TGARCH, y construye medidas de riesgo dinámicas para la estimación del VaR y *expected shortfall* de las posiciones larga y corta de la mezcla de petróleo mexicana del 4 de enero de 1989 al 31 de diciembre de 2013. Los resultados del proceso de validación evidencian que los modelos basados en la teoría de valores extremos condicional y simulación histórico-filtrado proporcionan estimaciones más precisas del VaR condicional en cualquier nivel de confianza, aunque su desempeño se reduce significativamente en la predicción del *expected shortfall* condicional. En niveles de confianza del 99.5% y 99.9%, los hallazgos empíricos muestran que el gobierno está propenso a experimentar un mayor riesgo que los consumidores de petróleo mexicano en el mercado internacional, porque la cola inferior de la distribución empírica es más estable y ancha que la cola superior.
- **Palabras clave:** Petróleo, Teoría de valores extremos condicional, Medidas VaR y ES.
- **Clasificación JEL:** C22, C52, G13, Q40.
- **Abstract:** This paper applies the extreme values theory to the conditional distribution of standardized residuals from the specifications GARCH, EGARCH and TGARCH, and proposes dynamic risk measures to estimate VaR and expected shortfall of long and short positions of the Mexican Blend crude oil from January 4, 1989 to December 31, 2013. The results of backtesting procedure show that the models based on the conditional extreme value theory and filtered historical simulation yield more accurate estimates of conditional VaR at all confidence levels although their performance is

---

<sup>1</sup> De Jesús Gutiérrez, García Salgado y Ángeles Morales son profesores de tiempo completo de la Facultad de Economía, Universidad Autónoma del Estado de México. E-mail: rjg2005mx@yahoo.com.mx, oswgar2005@yahoo.com.mx, veangeles@hotmail.com, respectivamente.

<sup>2</sup> Profesor de tiempo completo de la Facultad de Ciencias Políticas y Sociales, Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM. E-mail: edgaro@unam.mx

lowered significantly for the conditional expected shortfall prediction. At 99.5% and 99.9% confidence levels, the empirical findings reveal that the government is prone to experience a higher risk than the consumers of Mexican crude oil at the international market because the inferior tail of empirical distribution is more stable and heavier than the superior tail.

■ **Key words:** Crude oil, Conditional extreme value theory, VaR and ES measures.

■ **JEL Classification:** C22, C52, G13, Q40.

■ **Recepción:** 07/01/2015

**Aceptación:** 08/12/2015

### ■ *Introducción*

La industria del petróleo desempeña un factor estratégico clave en el buen funcionamiento de la economía global. Desafortunadamente, lo que puede ser una bendición para la estabilidad y crecimiento de los países exportadores<sup>3</sup> e importadores del hidrocarburo, en un entorno globalizado puede convertirse en un auténtico jinete apocalíptico para sus ingresos. Esto debido a que la estructura dinámica de los precios del petróleo es más volátil y riesgosa en comparación con otras materias primas e incluso que los títulos de capital y algunas divisas duras.<sup>4</sup>

Desde la liberalización del sector energético en la segunda mitad de los años ochenta, los productores y consumidores han experimentado un ambiente de incertidumbre y elevada volatilidad por la presencia de movimientos extremos en los precios del petróleo. Estos cambios inesperados en los precios del petróleo se han originado principalmente por los desequilibrios entre la oferta y demanda en los mercados internacionales de energía fósil y se han intensificado debido a diversos eventos exógenos que corresponden a aspectos de tensiones geopolíticas, conflictos militares, ciclos económicos, crisis financieras, desastres naturales inclusive de carácter especulativo.

Estadísticamente, la naturaleza de los movimientos extremos reduce el potencial de la distribución normal para describir el comportamiento asintótico de los rendimien-

<sup>3</sup> En 2013, México se ubicó en el noveno lugar a nivel mundial con una producción de 2,875 miles de barriles diarios en promedio, lo que significó para sus finanzas ingresos por \$42,723 millones de dólares por el concepto de exportaciones de 1,189 miles de barriles diarios.

<sup>4</sup> Kroner *et al.*, (1995) evidencian que la volatilidad de los metales preciosos y agrícolas ha excedido en varios periodos a la volatilidad de los tipos de cambio y tasas de interés. En un análisis estadístico consistente que incluye a la varianza, los valores absolutos de las tasas de cambio y comportamiento de la distribución, Plourde y Watkins (1998) muestran que los cambios mensuales en los precios del petróleo (WTI y Brent) son más volátiles que los de los metales preciosos y trigo en 1985-1994. Aplicando la prueba de suma de rangos de Mann-Whitney, Reigner (2007) demostró que desde la desregulación en 1981 y crisis de 1986, los precios del petróleo y productos de energía han mostrado un comportamiento más volátil que los manufactureros. En el marco de la volatilidad caracterizada por leptocurtosis y asimetría, Cheng y Hung (2011) confirman que el comportamiento dinámico de los mercados de energía es más volátil que en los mercados de metales preciosos y, por consecuencia, más riesgosos.

tos del petróleo, dado que su distribución empírica suele ser sesgada y con colas más anchas por la incidencia más frecuente de valores atípicos. Asimismo, la modelación inapropiada de los valores extremos localizados en las colas de la distribución de rendimientos tiene serias implicaciones financieras. Estudios recientes señalan que las medidas de riesgo bajo el supuesto de normalidad subestiman las pérdidas de las posiciones largas de los productores y cortas de los consumidores de petróleo. En este sentido, el análisis del riesgo se ha convertido en un desafío y prioridad para los participantes en el mercado internacional del petróleo en las últimas décadas (Sadorsky, 2005; Fan *et al.*, 2008; Hung *et al.*, 2008).

El valor en riesgo (VaR, por sus siglas en inglés) es la medida estadística estándar más popular usada en la industria financiera para cuantificar el riesgo y regular a las instituciones bancarias;<sup>5</sup> su fácil uso ha llamado la atención de los participantes en los mercados de energía. El VaR se define como la máxima pérdida esperada en el valor de una posición de mercado o portafolio de inversión durante un horizonte de tiempo, dado un nivel de probabilidad. En este marco, las metodologías más utilizadas son los métodos paramétricos basados en el supuesto de normalidad y los modelos no paramétricos representados por el método de simulación histórica (SH), el cual utiliza los cuantiles empíricos de la muestra para estimar el riesgo de mercado.

Respecto a estudios relacionados sobre la medición del VaR en los mercados del petróleo, Giot y Laurent (2003) contrastaron la capacidad predictiva de varios modelos de volatilidad con innovaciones normales y *t*-student sesgada para materias primas de energía. Los hallazgos señalan que el modelo APARCH<sup>6</sup> ofrece las mejores estimaciones del VaR. Utilizando los residuales de un proceso ARMA, Cabedo y Moya (2003) proponen el modelo SH filtrado (SHF), y demuestran su eficiencia para medir el VaR en el mercado del petróleo Brent en comparación con las medidas SH y GARCH(1,1).

Con relación a los modelos de volatilidad univariados y multivariados, Sadorsky (2006) y Sadhegi y Shavvalpour (2006) demuestran la capacidad de los modelos no paramétricos para estimar el VaR de los futuros sobre energía y físicos de la OPEP. Fan y Jiao (2006) extienden la medida SHF y mejoran las estimaciones del riesgo en los mercados de energía fósil. En contraste, los estudios de Costello *et al.*, (2008) y Fan *et al.*, (2008) demostraron que los modelos semi-paramétricos, AR(1)-GARCH(1,1) y TGARCH(1,1) con distribución de errores generalizada, tienen superior desempeño predictivo que la SHF. Hung *et al.*, (2008) y Liu *et al.*, (2009) estudian los efectos de las distribuciones de colas anchas en la medición del riesgo de varias materias primas de energía y obtienen estimaciones más robustas en cualquier nivel de confianza que bajo distribuciones *t*-student y de errores generalizados. Asimismo, los trabajos de Aloui y Mabrouk (2010) y Cheng y Hung (2011) sustentan la eficiencia de las distribuciones *t*-student sesgada y generalizada para estimar el VaR de las posiciones cortas y largas en los mercados de contado y futuros sobre petróleo.

<sup>5</sup> Para más detalles de los modelos internos utilizados por los bancos para la determinación de los requerimientos de capital, véase Basel Committee on Banking Supervision (1996a).

<sup>6</sup> Modelo de heterocedasticidad condicional autorregresivo de potencia asimétrica.

La literatura previa se enfoca fundamentalmente en el modelado de la cola inferior de la distribución de rendimientos e ignoran las pérdidas asimétricas generadas por los choques extremos positivos y negativos y que algunas veces resultan catastróficas para los participantes en el mercado del petróleo. Esta limitación reduce la capacidad de los modelos paramétricos para medir el verdadero nivel del riesgo. En este sentido, los modelos no paramétricos son más eficientes para estimar el VaR de las posiciones cortas y largas. Sin embargo, la naturaleza discreta de los rendimientos aunado a la falta de información muestral en las colas de la distribución empírica dificultan la estimación de los cuantiles extremos, lo que conlleva a resultados de varianza alta (Plitsker, 2001; Zhao *et al.*, 2010; De Jesús y Ortiz, 2011).

En respuesta a las inconsistencias que presentan los modelos VaR convencionales para capturar la magnitud y probabilidad de los rendimientos extremos. La TVE proporciona un conjunto de herramientas sólidas para modelar el comportamiento de los rendimientos extremos y catastróficos localizados en las colas de las distribuciones empíricas. El grueso de la literatura sobre la medición del riesgo, basada en la TVE, se ha enfocado principalmente en los mercados accionarios y cambiarios. Por lo que la investigación aún es limitada en el mercado del petróleo. Krehbiel y Adkins (2005) fueron los pioneros que aplicaron la TVE a los productos energéticos de la Bolsa de Nueva York; sus hallazgos revelaron que el desempeño de la medida VaR-TVE es superior al de los modelos AR(1)-GARCH(1,1) y RiskMetrics. Usando los precios del WTI y Brent, Marimoutou *et al.*, (2009) resaltan la importancia del procedimiento de filtrado en los datos para la estimación del VaR a través de las medidas TVE condicional y SH.

Para el petróleo Canadiense, Ren y Giles (2010) señalan que la TVE incondicional es suficiente para el modelado de las colas de la distribución y medición del VaR y *expected shortfall* (ES, por sus siglas en inglés) en los cuantiles extremos. En contraste, Chiu *et al.*, (2010) evidencian el pobre desempeño de la medida VAR-TVE condicional para medir el riesgo en los mercados del WTI y Brent. Aunque Zikovic (2011) acepta la TVE para medir el riesgo de las posiciones corta y larga en los futuros sobre WTI. En otro estudio más reciente de futuros sobre crudo ligero y productos refinados, Ghorbel y Trabelsi (2014) comparan el desempeño fuera de muestra de 12 modelos y demuestran que la medida VaR-TVE condicional proporciona resultados confiables del riesgo, inclusive superan a los tradicionales modelos de cópulas.

Debido al riesgo que representan los movimientos extremos inesperados en los precios del petróleo para los productores como México y consumidores industriales. El presente trabajo ajusta la distribución de Pareto generalizada (DPG) para analizar el comportamiento asintótico de las colas de los rendimientos de la mezcla de petróleo mexicana y estimar el riesgo en las posiciones larga y corta para el periodo del 2 de enero de 1989 al 31 de diciembre de 2013. El análisis se basaba en la metodología de McNeil y Frey (2000), quienes ajustaron un modelo GARCH(1,1) para estimar la volatilidad condicional y que utilizan para medir el VaR de los residuales estandarizados basado en la TVE. Este procedimiento captura la heterocedasticidad condicional y reduce la fuerte dependencia observada en los datos de frecuencia alta.

El trabajo contribuye a la literatura al ajustar los modelos EGARCH(1,1) y TGARCH(1,1) que recogen la presencia de asimetría en las innovaciones de la mezcla de petróleo mexicana. Otra contribución es la estimación de las pérdidas a través de la medida ES. Esta alternativa introducida por Artzner *et al.*, (1999) valida la propiedad de subaditividad que carece el VaR, la cual es más consistente para calcular la severidad de las pérdidas que exceden el nivel del VaR de las posiciones larga y corta. Finalmente, la evaluación del desempeño de las medidas VaR y ES basadas en la TVE condicional se lleva a cabo en el periodo del 4 de enero de 2010 al 31 de diciembre de 2013 y los resultados son comparados con los de los modelos SH y SHF.

El trabajo está estructurado de la siguiente forma. En la sección “Datos y pruebas preliminares” se describen y analizan los datos. La sección “Teoría de valores extremos” discute la TVE condicional y su aplicación a la medidas VaR y ES. La sección “Aplicación al mercado del petróleo mexicano” muestra la aplicación a los rendimientos de la mezcla del petróleo mexicano. Al final, las principales conclusiones y una breve discusión de los hallazgos empíricos.

#### ■ *Datos y pruebas preliminares*

##### *Descripción y análisis de los datos*

El presente trabajo utiliza los precios diarios de la mezcla de petróleo mexicana del 2 de enero de 1989 al 31 de diciembre de 2013 para cuantificar el riesgo de la cola. La serie de los precios fueron obtenidos de la base de datos de Datastream, los cuales se transformaron a rendimientos sobre una base continua de la siguiente forma:  $r_t = 100 \ln(P_t/P_{t-1})$  donde  $P_t$  es el precio diario actual y  $P_{t-1}$  es el precio del día anterior, obteniendo en total 6,485 observaciones. La muestra total es dividida en dos submuestras: el periodo 1989-2009 se utiliza para la evaluación de los modelos de riesgo dentro de la muestra para diferentes niveles de confianza, mientras que el periodo 2010-2013 se reserva para la evaluación de los modelos de riesgo fuera de la muestra.

El Cuadro 1 reporta las estadísticas básicas de los rendimientos de la mezcla de petróleo mexicana. El rendimiento promedio es relativamente pequeño (0.0362%) en comparación con la desviación estándar que alcanza un valor de 2.57%. Este hecho se atribuye a la amplia diferencia entre el rendimiento promedio y los rendimientos máximo (23.68%) y mínimo (-53.72%) observados durante el conflicto entre Kuwait e Irak en 1990 y durante la liberalización de Kuwait a principios de 1991, respectivamente. El sesgo negativo y la alta curtosis claramente indican el rechazo de la normalidad en la distribución de rendimientos y la existencia de colas más anchas y largas, en particular la inferior. Por lo que se requiere necesariamente la modelación de ambas colas por separado para capturar sus diferentes características y su impacto en la estimación del riesgo. El supuesto de no-normalidad también es confirmado por la probabilidad del estadístico JB igual a cero y la forma en “S” de la Gráfica 1 de los cuantiles de la distribución normal contra los cuantiles de la distribución empírica para la mezcla de petróleo mexicana.

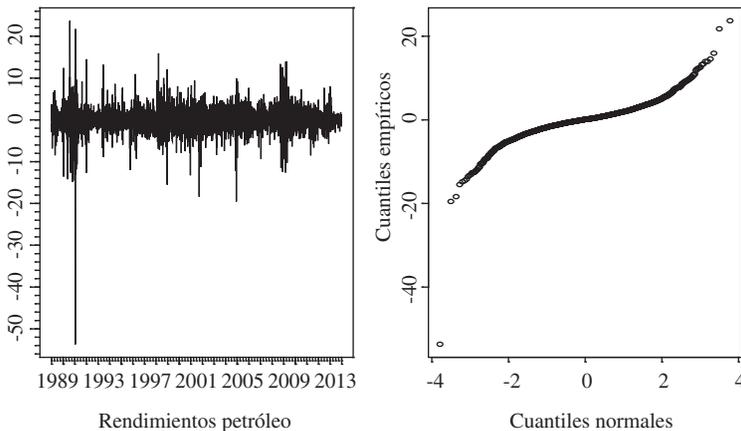
**Cuadro 1**  
Estadísticas básicas de los rendimientos de la mezcla de petróleo mexicana

Media	Máximo	Mínimo	Desv. Est	Sesgo	Curtosis	JB	LM(10)	Q(10)	Q <sup>2</sup> (10)
0.032	23.688	-53.726	2.572	-0.404	38.727	346487*(0)	291.89*(0)	36.64*(0)	439.23*(0)

Nota: Los resultados son expresados en porcentajes. JB indica el valor de la prueba Jarque-Bera. Q(12) y Q<sup>2</sup>(12) representan los valores de la prueba de Ljung-Box para los rendimientos simples y cuadrados, respectivamente. LM indica el valor de la prueba de multiplicadores de Lagrange. \* indica significancia a un nivel de 5%.  
Fuente: Elaboración propia con datos de la agencia Datastream.

El valor del estadístico de Ljung-Box revela la existencia de correlación serial en los rendimientos, así como la fuerte presencia de efectos ARCH a un nivel de 5%. Esta característica común en los rendimientos del petróleo, también conocida volatilidad en aglomeraciones, es sustentada por la Gráfica 1. La intensidad de este fenómeno es más pronunciada en los periodos de la guerra del Golfo Pérsico de 1991, la crisis asiática en 1997-1998, la recesión económica de EE.UU. en 2008-2009 y la crisis de deuda soberana Europea en 2010-2012, en donde los rendimientos experimentaron una sucesión de movimientos atípicos positivos y negativos en cortos intervalos. Asimismo, la pequeña probabilidad de la prueba de Ljung-Box para los rendimientos cuadrados confirma la presencia de heterocedasticidad condicional.

**Gráfica 1**  
Rendimientos de la mezcla de petróleo mexicana y gráfico cuantil-cuantil



Fuente: Elaboracion propia.

*Resultados de los modelos de volatilidad*

En esta sección se reportan las estimaciones de los modelos GARCH, EGARCH y TGARCH con innovaciones normales dentro de la muestra, utilizando los rendimientos

de la mezcla de petróleo mexicana del 3 de enero de 1989 al 31 de diciembre de 2009 y el método de cuasi-máxima verosimilitud que proporciona errores estándar más robustos. Es importante resaltar que al inicio del análisis se propuso agregar procesos AR(1) y AR(2) a la ecuación de la media condicional, pero la insignificancia y el valor negativo de los estimadores AR han demostrado que la simple especificación de la media permite eliminar la correlación serial. Los resultados están en línea con la evidencia de Sadorsky (2006), quien demostró que el modelo GARCH estándar corrige apropiadamente la autocorrelación observada en los rendimientos del petróleo.

Los resultados de el Cuadro 2 indican que los parámetros estimados son estadísticamente significativos a un nivel de 1%, con la excepción de los coeficientes constantes de la media condicional de los modelos de volatilidad asimétricos. De esta manera, los modelos GARCH simétricos y asimétricos capturan exitosamente los patrones dinámicos de la volatilidad condicional ampliamente documentado en la literatura empírica. Asimismo, los valores de los coeficientes de persistencia  $\alpha + \beta$  son menores a uno, lo que indica un alto grado de persistencia en la volatilidad. En cuanto al impacto asimétrico de las noticias optimista y pesimista, los parámetros estimados  $\gamma$  son significativamente diferentes de cero para los niveles convencionales. Este hallazgo indica que la volatilidad condicional responde de diferente manera a los choques positivos y negativos de la misma magnitud.

El Cuadro 3 reporta las estadísticas básicas y diagnóstico de los residuales estandarizados. Al igual que los rendimientos, las características de asimetría, exceso de curtosis y desviación de la distribución normal se mantienen aún en las series de los residuales estandarizados. Sin embargo, los valores de las pruebas de Ljung-Box y efectos ARCH muestran la ausencia de correlación serial y heterocedasticidad condicional en las series de los residuales estandarizados. Por tanto, el procedimiento de filtrado propuesto por McNeil y Frey (2000) es suficiente para generar series independientes e idénticamente distribuidas. Por lo que se recomienda ampliamente aplicar la técnica de la TVE condicional en el modelado de las colas anchas de las series de los residuales estandarizados.

Cuadro 2  
Estimación de los parámetros de los modelos de volatilidad

	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)
	$r_t = \phi + \varepsilon_t = \phi + h_t z_t$ $h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}$	$r_t = \phi + \varepsilon_t = \phi + h_t z_t$ $\log(h_t) = \omega + \alpha \frac{ \varepsilon_{t-1} }{h_{t-1}} + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}} + \beta \log(h_{t-1})$	$r_t = \phi + \varepsilon_t = \phi + h_t z_t$ $h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma I(\varepsilon_{t-1} < 0) \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}$
$\phi$	0.0425**(0.0252)	0.0383 (0.0247)	0.0244 (0.0267)
$\omega$	0.0955*(0.0087)	-0.1041*(0.0039)	0.0908*(0.0089)
$\alpha$	0.0898*(0.0033)	0.1886*(0.0066)	0.0773*(0.0043)
$\beta$	0.9006*(0.0039)	0.9804*(0.0015)	0.9005*(0.0040)
$\gamma$		-0.1186*(0.0216)	0.0290*(0.0060)

Nota: Los parámetros estimados con asterisco (\* y \*\*) son estadísticamente significativos a un nivel de 1% y 10%. Los errores estándar son reportados entre paréntesis.

Fuente: Elaboración propia con datos de la agencia Datastream.

Cuadro 3  
Estadísticas básicas de los residuales normales estandarizados

	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)
Media	0.0015	0.0006	0.0070
Desviación Estándar	1.0082	1.0059	1.0059
Máximo	8.6961	9.0710	8.9881
Mínimo	-10.3104	-11.8394	-10.4201
Sesgo	-0.3045	-0.4294	-0.2941
Curtosis	8.9523	10.8296	9.0699
LM(10)	9.8362[0.4550]	7.1116[0.7149]	10.2501[0.4188]
Q(1)	1.6131[0.2041]	1.2565[0.2623]	1.6711[0.1961]
Q(10)	8.2922[0.6003]	7.1398[0.7122]	7.8516[0.6433]
Q <sup>2</sup> (1)	0.6926[0.4053]	1.1846[0.2764]	0.5527[0.4572]
Q <sup>2</sup> (10)	9.6620[0.4706]	7.0338[0.7222]	10.0146[0.4392]

Nota: Q(1), Q(10), Q<sup>2</sup>(1) y Q<sup>2</sup>(10) denotan las pruebas de Ljung-Box para los residuales estandarizados simples y cuadrados de orden 1 y 10, respectivamente. LM denota la prueba de efectos ARCH para los residuales estandarizados de orden 10. Los valores-*p* son mostrados entre corchetes.

Fuente: Elaboración propia con datos de la agencia Datastream.

### ■ Teoría de valores extremos

#### *Distribuciones de valores extremos*

Existen dos aproximaciones alternativas para el modelado del comportamiento asintótico de los valores extremos o raros: el procedimiento estadístico de los bloques máximos basado en la distribución generalizada de valores extremos (DGVE) y la técnica de picos sobre umbrales basada en la distribución de Pareto generalizada (DPG). La primera se centra en la colección de observaciones máximas y mínimas extraídas de cada uno de los bloques o submuestras durante un periodo fijo, la cual representa la piedra angular de la TVE clásica a través del teorema de Fisher-Tippett-Gnedenko.

La aplicación del procedimiento de bloques máximos es eficiente cuando existen suficientes valores extremos, pero la forma como se construyen las muestras genera pérdida de información clave en la estimación. Debido a que la naturaleza de los eventos extremos es rara por definición y generalmente aparecen en clusters, por ello su estudio requiere de muestras grandes de datos y la implementación de técnicas estadísticas sofisticadas.<sup>7</sup> En este sentido, la aproximación de picos sobre umbrales aprovecha eficientemente los datos en la medida que los valores extremos tienden aparecer en racimos en el tiempo.

Al considerar una secuencia de variables aleatorias  $R_1, R_2, \dots, R_n$  independientes e idénticamente distribuidas, que representan pérdidas con distribución desconocida,  $F(r) = \Pr(R_i \leq r)$ . Dado que el análisis se interesa en las pérdidas extremas que exce-

<sup>7</sup> Para más detalles técnicos de la teoría de valores extremos clásica, véase McNeil *et al.*, (2005)

den al umbral  $u$ , la función de distribución de valores en exceso (DVE) para  $y_i = r_i - u$  dado que  $r_i$  excede a  $u$  se define como:

$$(1) F_u(y) = \Pr(r_i - u \leq y | r_i > u) = \frac{\Pr(u < r_i \leq u + y)}{\Pr(r_i > u)} = \frac{F(y + u) - F(u)}{1 - F(u)}$$

Para  $u$  suficientemente grande, los resultados de los teoremas de Balkema y De Haan y Pickands mostraron que la DVE converge a la DPG de la siguiente manera:

$$(2) G_\xi(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi}{\sigma}y\right)^{-\frac{1}{\xi}} & \text{si } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{y}{\sigma}\right) & \text{si } \xi = 0 \end{cases}$$

donde  $\xi$  es el índice de la cola y  $\sigma > 0$  es el parámetro de escala.

Asimismo,  $F$  se puede definir como  $F(r) = (1 - F(u))G_\xi(y) + F(u)$ . La estimación no paramétrica de  $F(u)$  está determinada por  $(n - k)/n$ , en donde  $n$  es el número total de observaciones y  $k$  el número de observaciones que exceden a  $u$ . Sustituyendo el valor estimado de  $F(u)$  y la ecuación (2) en  $F(r)$  se obtiene la siguiente expresión del estimador de la cola:

$$(3) F(r) = 1 - \frac{k}{n} \left(1 + \xi \frac{(r - u)}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}}$$

donde  $\xi$  y  $\sigma$  son estimados por máxima verosimilitud siempre y cuando se cumpla que  $R > u$ .

El valor del parámetro  $\xi$  puede ser positivo, negativo o cero, y sirve para determinar las propiedades de las colas de la DPG. Cuando  $\xi > 0$ , la DPG toma la forma de la distribución de Pareto ordinaria, la cual es más apropiada para el modelado de las distribuciones de colas anchas como los rendimientos del petróleo. Cuando  $\xi = 0$  y  $\xi < 0$ , la DPG tiene la forma de las distribuciones exponencial y Pareto de tipo II, respectivamente.

### *Selección óptima del umbral*

En la práctica, la selección del umbral es fundamental para determinar apropiadamente la región de la cola antes de ajustar la DPG a los datos, así como para reducir el sesgo y varianza en el modelo estimado. De acuerdo con Coles (2001), la selección de umbrales demasiado pequeños contribuye a la violación de las propiedades asintóticas del modelo, generando estimaciones sesgadas. Por el contrario, umbrales demasiado grandes producen estimaciones con errores estándar altos como resultado del limitado número de observaciones en la muestra. En consecuencia, para la selección óptima del umbral existen varias herramientas de análisis.

Esta investigación aplica la función de exceso medio empírica determinada por:

$$(4) \quad e_n(u) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (R_i - u)$$

La función de exceso medio es lineal cuando la distribución de  $R > u$  tiene la forma de la DPG. El VaR y ES se calculan estimando los parámetros  $\xi$ ,  $\sigma$  y  $u$  de la función de verosimilitud logarítmica de la DPG por máxima verosimilitud para la muestra específica que corresponde al umbral apropiado, la cual está definida por:

$$(5) \quad l(\xi, \sigma | r_i - u) = -n \ln(\sigma) - \left(\frac{1}{\xi} + 1\right) \sum_{i=1}^n \ln\left(1 + \xi\left(\frac{r_i - u}{\sigma}\right)\right)$$

Para el caso de  $\xi = 0$ , la función de verosimilitud logarítmica está definida por:

$$(6) \quad l(\xi, \sigma | r_i - u) = -n \ln(\sigma) - \left(\frac{1}{\sigma}\right) \sum_{i=1}^n \ln(r_i - u)$$

*Medidas VaR y ES basadas en la teoría de valores extremos condicional*

Estadísticamente, el VaR y ES para la probabilidad  $p$  y nivel de riesgo  $R$  se definen como:

$$(7) \quad VaR_p = -F^{-1}(p)$$

$$(8) \quad ES_p = VaR_p + E[r - VaR_p | r > VaR_p]$$

donde el cuantil está determinado por la inversa de la distribución de pérdidas  $F$  con signo negativo y el segundo término del ES indica la media de la DVE que ha excedido el  $VaR_p$ .

Por tanto, el cuantil extremo y ES de la DPG para la probabilidad  $p$ , están definidas por:

$$(9) \quad VaR_p = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left( \left(\frac{n}{k} p\right)^{\hat{\xi}} - 1 \right)$$

$$(10) \quad ES_p = \frac{VaR_p}{1 - \hat{\xi}} + \frac{\hat{\sigma} - \hat{\xi}u}{1 - \hat{\xi}} = \frac{1}{1 - \hat{\xi}} \left[ u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left( \left(\frac{n}{k} p\right)^{\hat{\xi}} - 1 \right) \right] + \frac{\hat{\sigma} - u\hat{\xi}}{1 - \hat{\xi}}$$

En la medición del riesgo de la cola, la literatura ha evidenciado el gran éxito de la TVE incondicional en la estimación de los cuantiles extremos y ES. Sin embargo, la aplicación directa de la TVE a las series de los rendimientos crea sesgos en las estimaciones, en gran parte alimentado por la presencia de heterocedasticidad condicional y la fuerte dependencia observada en los datos. Para relajar este problema, este estudio

estima tres modelos de volatilidad que coadyuvan a la obtención de series independientes e idénticamente distribuidas.

Aplicando la TVE a los residuales estandarizados  $Z_t$ , las medidas VaR y ES dinámicas para un horizonte de un día están definidas por las siguientes expresiones:

$$(11) \quad VaR_p^{t+1} = \hat{\mu}_{t+1} + \sqrt{\hat{h}_{t+1}} VaR_p(Z_t)$$

$$(12) \quad ES_p^{t+1} = \hat{\mu}_{t+1} + \sqrt{\hat{h}_{t+1}} ES_p(Z_t)$$

donde  $\hat{\mu}_{t+1}$  y  $\hat{h}_{t+1}$  son las predicciones de la media y varianza condicional del periodo  $t + 1$ .

#### *Validación de las medidas VaR y ES*

La calidad y exactitud de los modelos VaR y ES requiere de un proceso de validación estadístico, con el fin de demostrar si la medida de riesgo cumple con ciertas propiedades teóricas requeridas por las autoridades reguladoras para estimar suficientes requerimientos de capital. Este proceso consiste en comparar el VaR y ES con respecto a los rendimientos actuales del siguiente periodo. Aunque en la literatura existen diversas pruebas estadísticas para este propósito. Este análisis utiliza la prueba de razón de verosimilitudes propuesta por Kupiec (1995), la cual consiste en analizar cuándo la tasa de fallo  $\alpha = 1 - p$  es igual a la tasa esperada y  $p$  es el nivel de confianza utilizado para estimar el VaR y ES. Si  $T$  indica el número total de ensayos, entonces el número de fallos  $n$  sigue una distribución binomial con probabilidad  $\alpha$ .

El estadístico de la prueba de la razón de verosimilitudes está definido por:

$$(13) \quad LR = 2 \ln \left[ \left( \frac{n}{T} \right)^n \left( 1 - \frac{n}{T} \right)^{T-n} \right] - 2 \ln [(\alpha)^n (1 - \alpha)^{T-n}]$$

donde  $LR \sim \chi^2$  con un grado de libertad bajo la hipótesis nula  $H_0 = \frac{n}{T} = \alpha$ , la cual

implica que los modelos VaR y ES son confiables para estimar el riesgo, mientras que la hipótesis alternativa rechaza el modelo cuando genera un número de fallos suficientemente grande o pequeño.

#### ■ *Aplicación al mercado del petróleo mexicano*

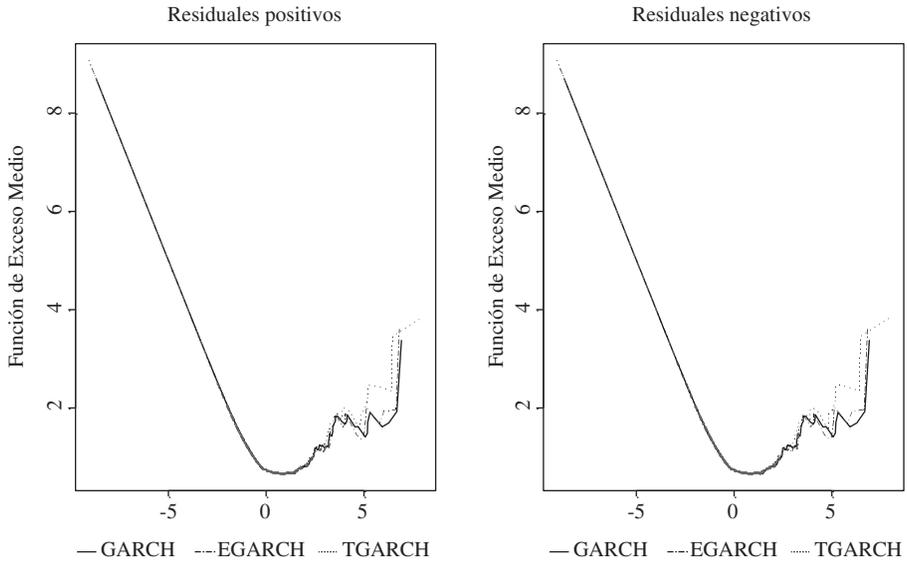
##### *Determinación de los umbrales óptimos*

En esta sección se determinan los umbrales para las series de los residuales estandarizados de los modelos GARCH(1,1), EGARCH(1,1) y TGARCH(1,1). El umbral óptimo se determina mediante la función de exceso medio (FEM). Esta herramienta estándar de la TVE permite identificar los valores extremos a partir de las observaciones que exceden el umbral óptimo.

La Gráfica 2 muestra la estimación de la FEM empírica de las colas de la DVE para ambos residuales. La FEM se aplica directamente a los residuales positivos, mientras

que la serie de los residuales estandarizados negativos se transforman a positivos, multiplicando por -1 a fin de estimarla a partir de los valores extremos máximos. La línea sólida corresponde a la FEM de los residuales derivados del modelo GARCH, mientras que las líneas de guión largo y punteada representan las FEM para los residuales EGARCH y TGARCH, respectivamente.

Gráfica 2  
FEM para los residuales estandarizados de los modelos de volatilidad



Fuente: Elaboración propia.

Al analizar las FEM para los residuales positivos y negativos se puede observar que son muy parecidas, porque ambos gráficos de exceso medio mantienen una tendencia descendente hasta el valor de cero, seguido por una tendencia ascendente, y que se vuelve irregular a partir del valor de 1.5 y hasta el final. Este hecho indica que el comportamiento asintótico de los residuales es ampliamente explicado por la DPG con parámetro de forma positivo y estable. Por otra parte, una FEM horizontal señala que el comportamiento asintótico de los residuales son mejor explicados por una distribución exponencial, mientras que la FEM con pendiente negativa corresponde a datos con propiedades de colas cortas o ligeras.

De acuerdo con el criterio de linealidad en las FEM, los umbrales seleccionados basados en la estimación de los modelos de volatilidad GARCH, EGARCH y TGARCH dentro de la muestra, equivalen a 1.59, 1.60 y 2.43, respectivamente. En el mismo orden, los resultados previos consideran como valores extremos el 4.70, 4.46 y 1.24% de la muestra total de la cola superior de la distribución de residuales. De manera similar

para la cola inferior de la distribución de residuales, los valores de los umbrales óptimos equivalen a -2.1852 (GARCH), -2.20 (EGARCH) y -2.1622 (TGARCH), lo que implica el 1.98, 1.84 y 2.24% de la muestra total. Un hallazgo importante que se puede observar es que la mayoría de los umbrales seleccionados para la cola inferior son mayores, en términos absolutos, a los de la cola superior, excepto para el modelo TGARCH. Este hecho confirma que las colas de la distribución de residuales tienen diferentes características debido a la existencia de asimetría en las series de los rendimientos.

#### *Estimación de los parámetros de la DPG*

Las características comunes de exceso de curtosis y diferentes niveles de asimetría aunados a la alta volatilidad que presentan las innovaciones de la mezcla de petróleo mexicana requieren el uso de la TVE condicional para analizar, de manera independiente, el comportamiento asintótico de las colas de la distribución de residuales. La importancia del análisis de las colas inferior y superior por separado está relacionada con las graves pérdidas que enfrentan los productores de crudo y los consumidores cuando mantienen posiciones financieras largas y cortas abiertas en el mercado del petróleo, respectivamente. Para la estimación de los parámetros de la DPG se emplea el procedimiento de picos sobre umbrales a los residuales estandarizados, derivados de la estimación de los modelos GARCH, EGARCH y TGARCH. Este procedimiento de filtrado elimina notablemente la presencia de correlación serial en los rendimientos del petróleo.

Las estimaciones de los parámetros de escala e índice de la cola bajo diferentes umbrales, así como el número de excesos que excede a los umbrales correspondientes se reportan en el Cuadro 4. De acuerdo con los resultados, el parámetro de escala se mantiene estable para todos los modelos de volatilidad y ambas colas, oscilando entre 0.50 y 0.57. Una posible explicación de este hecho se puede atribuir a la notable reducción de la desviación estándar en las series de los residuales estandarizados. Analizando el parámetro estimado del índice de la cola, su valor positivo muestra evidencia contundente de que la DPG explica apropiadamente el comportamiento asintótico de las colas de la distribución de residuales negativos y positivos.

Cuadro 4  
Resultados de los parámetros estimados de la DPG

	Cola inferior			Cola superior		
	GARCH	EGARCH	TGARCH	GARCH	EGARCH	TGARCH
$u$	2.1852	2.2000	2.1622	1.5907	1.6000	2.4300
$k$	108	101	122	256	251	66
$\sigma$	0.5051(0.0882)	0.5747(0.1003)	0.5106(0.0824)	0.5172(0.0500)	0.5164(0.0511)	0.5384(0.1114)
$\xi$	0.4438(0.1665)	0.3955(0.1484)	0.4008(0.1384)	0.1824(0.0745)	0.1879(0.0763)	0.2940(0.1731)

Nota: Los parámetros desconocidos de la DPG son estimados por el método de máxima verosimilitud. Los valores en paréntesis representan los errores estándar de los estimadores de máxima verosimilitud. El valor de  $k$  indica el número de excesos que han excedido al umbral  $u$ .

Fuente: Elaboración propia con datos de la agencia Datastream.

Profundizando más en el comportamiento de las colas de la distribución. Los valores del índice de la cola para los residuales negativos oscilan ligeramente entre 0.3955 y 0.4438. Este hallazgo es sustentado por el valor de los umbrales seleccionados a través de la FEM y el tamaño de la muestra de los valores extremos, dado que oscilan entre 2.16 y 2.20. Considerando los residuales positivos, los valores estimados del índice de la cola tienden a ser más pequeños al oscilar entre 0.1824 y 0.2940, evidenciando que la cola inferior suele ser más estable y ancha que la cola superior. Este hecho se atribuye a que la evolución de la mezcla de petróleo mexicana, al igual que los petróleos de referencia internacional, ha estado influenciada por diversos eventos exógenos como crisis económicas, eventos geopolíticos e incluso de carácter especulativo. En consecuencia, la importancia de los resultados probablemente conducirá a estimaciones más conservadoras del VaR y ES en la medida que la cola sea más densa.

### *Estimación y validación de las medidas VaR y ES*

Para ilustrar el potencial del uso de la TVE condicional en la estimación del VaR y ES para la mezcla de petróleo mexicana. En este análisis se realiza una comparación entre las medidas TVE condicional, SH y SHF,<sup>8</sup> para evaluar el impacto de las diferentes distribuciones en la medición del riesgo de la cola bajo distintos umbrales a fin de satisfacer las propiedades asintóticas del modelo de estimación.

En el Cuadro 5 se muestran las estimaciones del VaR y ES para las posiciones larga y corta de las tres metodologías para diferentes niveles de confianza. Las medidas VaR y ES son calculadas sobre una posición de 100 dólares estadounidenses para mantenerse en línea con la cotización del petróleo. Los resultados en ambas posiciones señalan que el modelo SH es una medida de riesgo muy conservadora con respecto a los modelos de la TVE condicional y SHF, en particular para la medida ES de la posición larga. Por ejemplo al 99.9%, las pérdidas alcanzan valores de -24.40 contra -14.76 (SHF-EGARCH) y -14.26 (TVEC-GARCH). La justificación de este hecho se atribuye a que la distribución empírica suele ser muy densa en el interior como consecuencia de la naturaleza discreta de los rendimientos, lo que implica estimaciones de varianza alta debido a la falta de información muestral en las colas de la distribución empírica.

Analizando los resultados de los modelos SHF y TVE condicional se pueden observar estimaciones del riesgo muy similares en términos absolutos en ambas posiciones y en cualquiera de los niveles de confianza. Este hallazgo confirma la importancia de utilizar el procedimiento de filtrado en los rendimientos del petróleo para la estimación del VaR y ES. Aunque cabe resaltar que para la posición corta, el ES al 99.9% basado en el modelo TVEC-TGARCH alcanzó una pérdida de 10.39 contra 7.48 y 8.08 de los modelos TVEC-EGARCH y TVEC-GARCH, respectivamente. Otro de los hallazgos importantes es que las pérdidas del VaR para la posición larga son ligeramente más grandes en magnitud a las pérdidas de la posición corta para el 99.5% y 99.9%, mientras que en probabilidades menores o iguales al 97.5% ocurre

<sup>8</sup> Por falta de espacio, la descripción de los modelos SH convencional y filtrado no son reportados en el texto.

Cuadro 5  
Resultados de las medidas VaR y ES

Nivel de confianza	VaR de la posición larga					VaR de la posición corta				
	95%	97.5%	99%	99.5%	99.9%	95%	97.5%	99%	99.5%	99.9%
SH	-3.93	-5.23	-7.43	-9.65	-14.40	3.90	5.12	7.55	9.19	13.69
SHF-GARCH	-2.75	-3.52	-4.46	-5.63	-9.17	2.88	3.54	4.60	5.36	8.74
SHF-EGARCH	-2.61	-3.36	-4.20	-5.24	-8.24	2.63	3.20	4.26	5.05	7.59
SHF-TGARCH	-2.65	-3.40	-4.28	-5.41	-8.44	2.71	3.34	4.36	5.12	8.10
TVEC-GARCH	-3.12	-3.62	-4.56	-5.57	-8.55	2.86	3.54	4.58	5.49	7.62
TVEC-EGARCH	-2.86	-3.38	-4.32	-5.30	-8.23	2.69	3.29	4.22	5.05	7.48
TVEC-TGARCH	-2.98	-3.49	-4.42	-5.39	-8.45	3.16	3.63	4.41	5.17	7.65
Nivel de confianza	ES de la posición larga					ES de la posición corta				
	95%	97.5%	99%	99.5%	99.9%	95%	97.5%	99%	99.5%	99.9%
SH	-6.35	-8.16	-11.36	-14.21	-24.40	6.07	7.72	10.25	12.25	17.97
SHF-GARCH	-4.04	-5.00	-6.57	-8.17	-14.25	3.97	4.78	5.95	6.95	8.97
SHF-EGARCH	-3.84	-4.75	-6.31	-7.92	-14.76	3.64	4.39	5.51	6.44	8.33
SHF-TGARCH	-3.88	-4.80	-6.29	-7.80	-13.65	3.77	4.53	5.64	6.59	8.45
TVEC-GARCH	-4.21	-5.09	-6.73	-8.48	-14.26	3.99	4.82	6.08	7.18	8.08
TVEC-EGARCH	-3.94	-4.79	-6.35	-7.96	-13.96	3.70	4.45	5.62	6.65	7.48
TVEC-TGARCH	-4.04	-4.89	-6.45	-8.07	-14.13	4.02	4.69	5.81	6.88	10.39

Nota: Los resultados del VaR y ES para las posiciones larga y corta son expresados en dólares estadounidenses para los niveles de confianza del 95%, 97.5%, 99%, 99.5% y 99.9%.

Fuente: Elaboración propia con datos de la agencia Datastream.

lo contrario, sólo el modelo TVEC-EGARCH respalda la hipótesis de que entre más estable y ancha sea la cola, mayores serán las pérdidas en la posición abierta en el mercado del petróleo nacional.

No obstante, la debilidad de la medida VaR para cuantificar la gravedad de las pérdidas, de acuerdo a las diferentes características de las colas inferior y superior, es relajada por la medida ES. En términos absolutos y al 99.9%, los modelos SHF y TVE condicional basado en los residuales EGARCH proporcionan pérdidas en la posición larga del orden de 14.76 y 13.96 contra 7.59 y 7.48 de la posición corta, respectivamente. Asimismo, las pérdidas al 95% equivalen a 3.84 y 3.94 contra 3.64 y 3.70 de la posición corta, lo que indica que en la medida que se incrementa el nivel de confianza, la discrepancia entre las pérdidas de las posiciones larga y corta es mayor, no solo en la medida ES, sino también con respecto a los resultados del VaR. En consecuencia, los resultados empíricos revelan que México, como productor de petróleo, está más propenso a experimentar pérdidas grandes en los niveles de confianza del 99.5% y 99.9% que los consumidores de crudo mexicano con posiciones cortas abiertas en el mercado internacional, mientras que resultados mixtos son obtenidos en cuantiles menores al 99%.

Por otra parte, la comparación histórica del VaR y ES con los rendimientos actuales del siguiente periodo es una forma de analizar la confiabilidad de los modelos propuestos. El proceso de validación cubre el periodo del 4 de enero de 2010 al 31 de diciembre de 2013, con un total de 1,000 observaciones diarias. En el Cuadro 6 se reporta el número de fallos esperados y reales reportados entre paréntesis para ambas posiciones y diferentes cuantiles, así como los valores- $p$  del estadístico de Kupiec que permiten comprobar la eficiencia de los modelos en la estimación correcta de las pérdidas a través de las diferentes distribuciones de probabilidad. Para la selección del modelo con mejor desempeño se toma como referencia el valor- $p$  más alto o número de fallos reales más cercano al esperado. Así, un fallo ocurre cuando  $R_{t+1} > VaR'_p$  o  $R_{t+1} > ES'_p$ . De acuerdo con los indicadores previos, el modelo SH alcanza el peor desempeño para capturar el comportamiento de las colas inferior y superior de los rendimientos de la mezcla de petróleo mexicana debido a que sobreestima el VaR y ES en cualquier nivel de probabilidad.

En cambio, la capacidad de predicción de los modelos basados en la TVE condicional y SHF en la medición correcta del VaR es incomparable cuando nos centramos en las colas de la distribución de residuales, aunque con resultados mixtos en cuanto a la selección del modelo con mejor desempeño. Para el nivel de probabilidad 95%, los modelos TVEC-EGARCH y SHF-TGARCH alcanzan el mejor desempeño para estimar el VaR con respecto a los demás modelos, al observar 48 y 51 fallos reales contra 50 esperados de las posiciones corta y larga, respectivamente. Al 97.5%, la evidencia demuestra que los modelos TVEC-TGARCH, SHF-GARCH proporcionan estimaciones precisas del VaR para la posición larga, al registrar el mismo número de fallos reales al esperado y valores- $p$  del orden de 0.999, aunque su poder predictivo disminuye ligeramente para la posición corta, en donde el modelo SHF-TGARCH resulta ser la aproximación más confiable, seguido por el modelo TVEC-GARCH.

En el 99%, los modelos TVEC-GARCH y TVEC-TGARCH presentan el mejor desempeño para estimar el VaR en las posiciones larga y corta, respectivamente. Sin embargo, para el caso del 99.5% no existe evidencia de que un modelo sea inferior a los demás porque todos alcanzan el mismo desempeño de acuerdo al valor- $p$  y número de fallos reales cercano al esperado. Asimismo, los resultados para el 99.9% son muy similares, solo los modelos TVEC-GARCH y SHF-GARCH proporcionan estimaciones incorrectas del VaR para la posición larga y los modelos SHF-GARCH y SHF-TGARCH para la posición corta. La razón de la sobreestimación del VaR al 99.9% y 95%, a través de los modelos previos, puede atribuirse a que la especificación GARCH carece de capacidad para recoger apropiadamente los efectos de asimetría. En el caso del modelo TVEC-TGARCH, la sobreestimación de las pérdidas de la posición corta al 95% se debe al umbral óptimo (2.43) determinado por la FEM, lo que reduce la muestra de valores extremos, es decir, 66 contra 256 (GARCH) y 251 (EGARCH). Este resultado también repercute directamente en la estimación del índice de la cola, el cual tiene un valor más grande, esto es 0.2940 contra 0.1824 (GARCH) y 0.1879 (EGARCH).

En el análisis de los resultados del ES se observa que el grado de exactitud de esta medida de riesgo es muy débil para predecir las pérdidas a través de los diferentes

Cuadro 6  
Resultados de la validación estadística de las medidas VaR y ES

Esperados	95%		97.5%		99%		99.5%		99.9%	
	VaR	ES	VaR	ES	VaR	ES	VaR	ES	VaR	ES
Panel A: Posición larga										
SH	0.000(21)	0.000(2)	0.000(4)	0.000(1)	0.000(1)	0.000(0)	0.000(0)	0.000(0)	0.000(0)	0.000(0)
SHF-GARCH	0.660(47)	0.000(19)	<b>0.999(25)</b>	0.000(5)	0.362(13)	0.002(2)	0.028(1)	<b>0.642(4)</b>	0.000(0)	0.000(0)
SHF-EGARCH	0.773(52)	0.000(22)	0.326(30)	0.000(8)	0.043(17)	0.002(2)	0.028(1)	<b>0.642(4)</b>	<b>0.999(1)</b>	0.000(0)
SHF-TGARCH	<b>0.885(51)</b>	0.000(21)	0.429(29)	0.000(8)	0.139(15)	0.002(2)	0.028(1)	<b>0.642(4)</b>	<b>0.999(1)</b>	0.000(0)
TVEC-GARCH	0.048(37)	0.000(17)	0.838(24)	0.000(5)	<b>0.537(12)</b>	0.000(1)	0.028(1)	<b>0.642(4)</b>	0.000(0)	0.000(0)
TVEC-EGARCH	0.374(44)	0.000(21)	0.429(29)	0.000(8)	0.139(15)	0.002(2)	0.028(1)	<b>0.642(4)</b>	<b>0.999(1)</b>	0.000(0)
TVEC-TGARCH	0.178(41)	0.000(19)	<b>0.999(25)</b>	0.000(6)	0.139(15)	0.002(2)	0.028(1)	<b>0.642(4)</b>	<b>0.999(1)</b>	0.000(0)
Panel B: Posición corta										
SH	0.000(17)	0.000(4)	0.000(5)	0.000(1)	0.002(2)	0.000(0)	0.000(0)	0.000(0)	0.000(0)	0.000(0)
SHF-GARCH	0.233(42)	0.000(15)	0.681(23)	0.000(7)	0.510(8)	0.030(4)	<b>0.332(3)</b>	<b>0.999(5)</b>	0.000(0)	0.000(0)
SHF-EGARCH	0.666(53)	0.000(21)	0.241(31)	0.003(12)	0.537(12)	0.030(4)	<b>0.332(3)</b>	<b>0.999(5)</b>	<b>0.379(2)</b>	0.000(0)
SHF-TGARCH	0.660(47)	0.000(20)	<b>0.689(27)</b>	0.000(8)	0.537(12)	0.030(4)	<b>0.332(3)</b>	<b>0.999(5)</b>	0.000(0)	0.000(0)
TVEC-GARCH	0.233(42)	0.000(15)	0.681(23)	0.000(6)	0.510(8)	0.030(4)	0.642(4)	<b>0.332(3)</b>	<b>0.379(2)</b>	0.000(0)
TVEC-EGARCH	<b>0.770(48)</b>	0.000(20)	0.325(30)	0.000(10)	0.537(12)	0.030(4)	<b>0.332(3)</b>	<b>0.999(5)</b>	<b>0.379(2)</b>	<b>0.379(2)</b>
TVEC-TGARCH	0.008(33)	0.000(15)	0.405(21)	0.000(7)	<b>0.999(10)</b>	0.030(4)	<b>0.332(3)</b>	<b>0.999(5)</b>	<b>0.379(2)</b>	0.000(0)

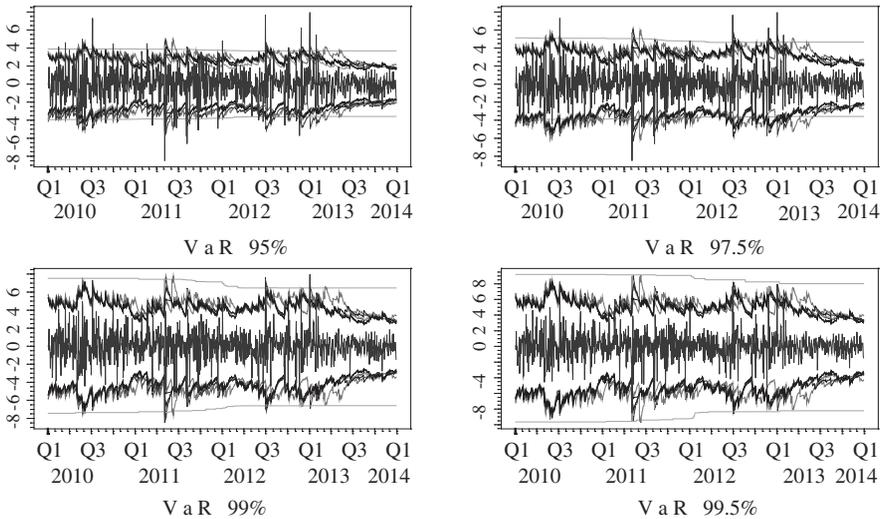
Nota: La tabla reporta los valores-*p* de la prueba de Kupiec para las medidas VaR y ES de las posiciones larga y corta. Los valores-*p* mayores o iguales al 5% indican que el modelo es confiable para estimar el VaR y ES correspondientes. Los valores en negritas indican el modelo con mejor desempeño para estimar correctamente el VaR y ES. Los valores entre paréntesis indican el número de fallos reales.

Fuente: Elaboración propia con datos de la agencia Datastream.

modelos estimados en ambas colas y cualquier nivel de confianza como resultado del exceso de volatilidad, excepto para el 99.5% y 99.9% de la posición corta. Prueba de ello es la diferencia significativa entre el número de fallos reales y esperados que conduce a sobreestimar el riesgo en el mercado del petróleo. Por lo que los resultados del proceso de validación confirman que las estimaciones del VaR en el mercado del petróleo, basadas en los modelos de la TVE condicional y SHF, son muy estables para los diferentes umbrales y niveles de confianza.

La Gráfica 3 compara el comportamiento cualitativo entre los rendimientos del petróleo en el periodo del 4 de enero de 2010 al 31 de diciembre de 2013 y las estimaciones dinámicas del VaR de las posiciones larga y corta de los diferentes modelos para los niveles de confianza del 95, 97.5, 99 y 99.5%.<sup>9</sup> Durante el proceso de estimación de cada modelo fuera de la muestra se utiliza una ventana móvil de 5,447 observaciones, agregando la observación más reciente y eliminando la observación más distante de la muestra. De la figura se puede observar el pobre desempeño fuera de la muestra del modelo SH como consecuencia de la lenta reacción de las estimaciones del VaR a las condiciones cambiantes del mercado.

Gráfica 3  
Comportamiento dinámico del VaR para la mezcla de petróleo mexicana



Fuente: Elaboración propia.

<sup>9</sup> La gráfica del comportamiento dinámico entre los rendimientos actuales y las estimaciones condicionales del ES no se reporta debido a la falta de espacio en el documento, pero se encuentra disponible para cualquier aclaración.

Por el contrario, los modelos basados en la TVE condicional y SHF muestran un mejor desempeño en el corto plazo para estimar dinámicamente el VaR de las posiciones larga y corta para el periodo fuera de la muestra en cualquier nivel de confianza, dado que captura apropiadamente las condiciones actuales del mercado. En periodos de extrema volatilidad, las estimaciones del VaR basadas en los modelos de la TVE condicional y SHF tienden a ser más altas y volátiles en comparación con las del modelo SH que generalmente proporcionan estimaciones del VaR independientes del tiempo. Mientras que en periodos de relativa calma, las estimaciones del VaR disminuyen junto con la volatilidad que decrece al mismo tiempo, aunque no se mantienen estables en el largo plazo como el caso de las estimaciones del modelo SH.

Otro de los hallazgos importantes es que la brecha constituida por el VaR de las posiciones larga y corta suele incrementarse con respecto a los rendimientos actuales en la medida que la intensidad del fenómeno de la heterocedasticidad condicional es más persistente, como resultado de la naturaleza de choques positivos y negativos extremos en el precio del petróleo nacional ocasionada por los diversos eventos exógenos que tienen aspectos de crisis económicas, geopolíticos, incluso de carácter especulativo.

### ■ Conclusiones

La volatilidad alta y persistente en el mercado del petróleo requiere de la implementación de herramientas sofisticadas para la modelación del comportamiento asintótico de las colas anchas y diferentes niveles de asimetría en la distribución empírica. Este trabajo muestra el potencial de la TVE condicional en la construcción de medidas de riesgo dinámicas que permiten capturar el comportamiento de las colas inferior y superior de las innovaciones en los rendimientos de la mezcla de petróleo mexicana bajo especificaciones GARCH(1,1), EGARCH(1,1) y TGARCH(1,1). Los hallazgos empíricos revelan la importancia de utilizar el procedimiento de filtrado en los rendimientos del petróleo para mejorar la calidad de la estimación del VaR y ES de las posiciones corta y larga y proporcionar suficiente información cuantitativa para analizar el verdadero nivel de riesgo de la cola en periodos de extrema volatilidad. Asimismo, los resultados del proceso de validación basado en la prueba estadística de Kupiec muestran que los modelos TVE condicional y SHF presentan el mejor desempeño para estimar correctamente las pérdidas de las posiciones corta y larga en cualquier nivel de confianza, superando en gran medida al modelo SH que sobrestima los cuantiles extremos de la distribución empírica debido a que captura la no normalidad que exhiben los datos reales del petróleo. Por otra parte, la adopción de medidas de riesgo conservadoras puede ocasionar que productores y consumidores pierdan fácilmente grandes cantidades de dinero por el diseño de estrategias de coberturas cruzadas inapropiadas con productos derivados en mercados de energía internacionales. Otra de las desventajas de la aproximación se refieren a su pobre desempeño fuera de la muestra como resultado de la lenta reacción de las estimaciones del VaR a choques positivos y negativos extremos ocasionados por cambios estructurales en los precios del petróleo nacional o diversos eventos exógenos que tienen aspectos de crisis económicas, geopolíticos, incluso de carácter

especulativo. Por ello, los hallazgos empíricos sugieren alternar el uso de los modelos TVE condicional y SHF para estimar correctamente el riesgo de la cola en el mercado del petróleo mexicano, debido a que el procedimiento de filtrado permite realizar el análisis sobre series que se distribuyen idéntica e independientemente. Aunque en periodos de extrema volatilidad es más recomendable el uso del modelo TVE condicional porque proporciona estimaciones más robustas, particularmente para la posición corta donde alcanza su mejor desempeño en comparación con la medida de SHF. Esto se atribuye a que el modelado del comportamiento de las colas anchas y diferentes niveles de asimetría en la distribución de los residuales estandarizados es mejor capturado y se lleva a cabo por separado. La principal limitación del estudio se atribuye al hecho de que la medida ES carece de poder predictivo para la estimación exacta de las pérdidas en la mayoría de los niveles de confianza. Sin embargo, esta alternativa debe alternarse de manera efectiva con la medida VaR en la administración de riesgos a causa de que la presencia de eventos atípicos o raros no deja de estar presente en la estructura compleja y volátil del mercado del petróleo. De hecho, estos eventos inesperados pueden generar niveles de riesgo catastróficos como ocurrió durante el conflicto entre Kuwait e Irak en 1990, la liberalización de Kuwait a principios de 1991 y la crisis hipotecaria de Estados Unidos cuando se excedieron los niveles del VaR y ES en probabilidades menores al 99.9%.

#### ■ Bibliografía

- Aloui, C. y Mabrouk, S. (2010). Value-at-risk estimations of energy commodities via long-memory, asymmetry and fat-tailed GARCH models. *Energy Policy*, 38(5): 2326-2339.
- Artzner, P., Delbean, F., Eber, J. M. y Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9(3): 203-228.
- Basel Committee, (1996a). *Supervisory framework for the use of backtesting in conjunction with the internal models approach to market risk capital requirements*. Basel Committee on Banking and Supervision, Switzerland.
- Cabedo, J. D. y Moya, I. (2003). Estimating oil prices value at risk using the historical simulation approach. *Energy Economics*, 25(3): 239-253.
- Cheng, W. H. y Hung, J. C. (2011). Skewness and leptokurtosis in GARCH-Typed VaR estimation of petroleum and metal asset returns. *Journal of Empirical Finance*, 18(1): 160-173.
- Chiu, Y. C., Chuang, Y. y Lai, J. Y. (2010). The performance of composite forecast models of value-at-risk in the energy market. *Energy Economics*, 32(2): 423-431.
- Coles, S. (2001). *An introduction to statistical modeling of extreme values*. Springer-Verlag, London.
- Costello, A., Asem, E. y Gardner, E. (2008). Comparison of historically simulated VaR: Evidence from oil prices. *Energy Economics*, 30(5): 2154-2166.

- De Jesús, R. y Ortiz, E. (2011). Risk in emerging stock markets from Brazil and Mexico: Extreme value theory and alternative value at risk models. *Frontiers in Finance and Economics*, 8(2): 49-88.
- Fan, Y. y Jiao, J. L. (2006). An improved historical simulation approach for estimating value at risk of crude oil price. *International Journal of Global Energy Issues*, 25(1-2): 83-93.
- Fan, Y., Zhang, Y., Tsai H. y Wei, Y. (2008). Estimating “value at risk” of crude oil price and its spillover effect using the GED-GARCH approach. *Energy Economics*, 30(6): 3156-3171.
- Geman, H. y Kharoubi, C. (2008). WTI crude oil futures in portfolio diversification: The time to maturity effect. *Journal of Banking and Finance*, 32(12): 2553-2559.
- Giot, P. y Laurent, S. (2003). Market risk in commodity markets: A VaR approach. *Energy Economics*, 25(25): 435-457.
- Ghorbel, A. y Trabelsi, A. (2014). Energy portfolio risk management using time-varying extreme value copula methods. *Economic Modelling*, 38(2): 470-485.
- Hung, J. C., Lee, M. C. y Liu, H. C. (2008). Estimation of value-at risk for energy commodities via fat-tailed GARCH models. *Energy Economics*, 30(3): 1173-1191.
- Krehbiel, T. y Adkins, L. C. (2005). Price risk in the NYMEX energy complex: An extreme value approach. *The Journal of Futures Markets*, 25(4): 309-337.
- Kroner, K. F., Kneafsey, K. P. y Claessens, S. (1995). Forecasting volatility in commodity markets. *Journal of Forecasting*, 14(2): 77-95.
- Kupiec, P. H. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *Journal of Derivatives*, 3(2): 73-84.
- Liu, H. C., Lee, M. C. y Chang, C. M. (2009). The role SGT distribution in the value at risk estimation: Evidence from the WTI crude oil markets. *Investment Management and Financial Innovations*, 6(1): 86-95.
- Marimoutou, V., Raggad, B. y Trabelsi, A. (2009). Extreme value theory and value at risk: Application to oil market. *Energy Economics*, 31(4): 519-530.
- McNeil, A. J. y Frey, R. (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: An extreme value approach. *Journal of Empirical Finance*, 7(3-4): 271-300.
- McNeil, A. J., Frey, R. y Embrechts, P. (2005). *Quantitative risk management: Concepts, techniques, and tools*. Princeton University Press.
- Plitsker, M. (2001). The hidden danger of historical simulation. *Working Paper*, Board of Governors of the Federal Reserve System and University of California at Berkeley, The Federal Reserve Board, Washington, DC, USA.
- Plourde, A. y Watkins, G. C. (1998). Crude oil prices between 1985 and 1994: How volatile in relation to other commodities? *Resources and Energy Economics*, 20(3): 245-262.
- Reigner, E. (2007). Oil and energy price volatility. *Energy Economics*, 29(3): 405-427.
- Ren, F. y Giles, D. E. (2010). Extreme value analysis of daily canadian crude oil prices. *Applied Financial Economics*, 20(12): 941-954.

- Sadeghi, M. y Shavvalpour, S. (2006). Energy risk management and value at risk modeling. *Energy Policy*, 34(18): 3367-3373.
- Sadorsky, P. (2005). Stochastic volatility forecasting and risk management. *Applied Financial Economics*, 15(2): 121-135.
- Sadorsky, P. (2006). Modeling and forecasting petroleum futures volatility. *Energy Economics*, 28(4): 467-488.
- Zhao, X., Scarrott, C., Oxley, L. y Reale, M. (2010). Extreme value modelling for forecasting market crisis impacts. *Applied Financial Economics*, 20(1): 63-72.
- Zikovic, S. (2011). Measuring risk of crude oil at extreme quantiles. *Journal of Economics and Business*, 29(1): 9-31.